



**Universidade Presbiteriana Mackenzie**  
*Tradição e Pioneirismo na Educação*

**Palestra:**

# **Redes Neurais em Modelagem de Sistemas**

**Luiz Calôba**

**COPPE & Poli /UFRJ**

**[www.lps.ufrj.br/~caloba](http://www.lps.ufrj.br/~caloba)**

**Abril de 2012**

# I - Modelos Matemáticos de Sistemas Físicos - essenciais em engenharia, física, etc.

## Sistema Real, Planta

$$(\mathbf{x}^p, \mathbf{y}^p) \quad p = 1, 2, \dots, P$$



## Modelo, Simulador



## Modelo Matemático

Sistema de equações tal que

saída modelo  $\approx$  saída planta

$$\underline{\tilde{y}}^p \cong \underline{y}^p \quad \forall p$$

equações (e seus parâmetros  $k$ ) minimizam

$$F(k) = E_{\forall p} \left| \underline{y}^p - \underline{\tilde{y}}^p \right|^2$$

# Modelos Fenomenológicos e Numéricos (Neurais)

## Modelo Fenomenológico



Sistema de equações pré-determinado pela fenomenologia

Precisão das equações ?

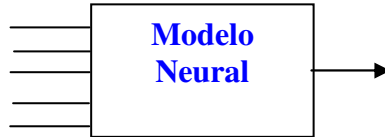
Parâmetros das equações: conhecidos ou

à determinar a partir de dados experimentais

**Cognitivo**

**Precisão ?**

## Modelo Neural – Rede Neural



Sistema de equações:

$$y = \sum tgh(.) \quad \text{aproximador universal}$$

Parâmetros (sinapses) à ajustar

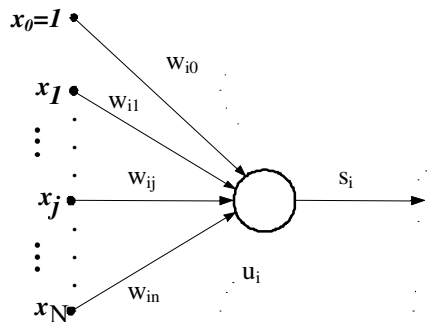
backpropagation

$$\Delta w = -\alpha \frac{\partial F}{\partial w} \quad F(w) = E_{\forall p} \left| \underline{y}^p - \tilde{\underline{y}}^p \right|^2$$

**Preciso**

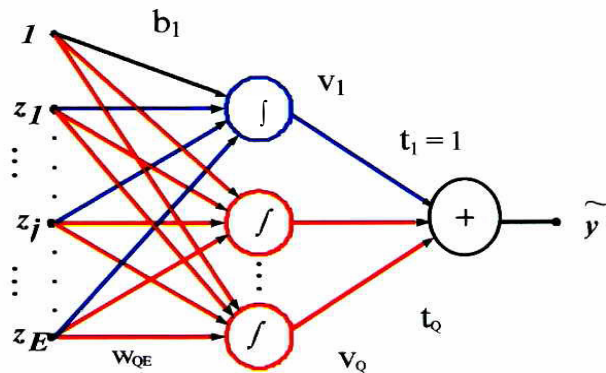
**Informação fenomenológica ?**

## Modelo Neural – Rede Neural



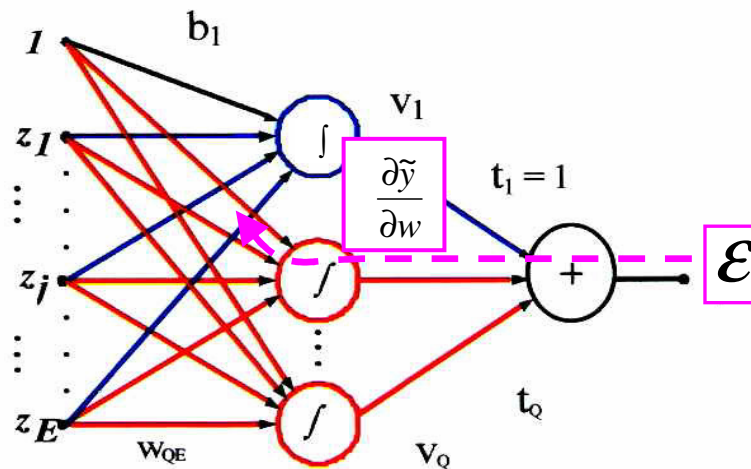
$$u_i = \sum_{j=0}^N w_{ij} x_j$$

$$s_i = \begin{cases} u_i \\ tgh u_i \end{cases}$$



$$\tilde{y} = \sum t_i tgh u_i$$

## Rede Neural – O treinamento backpropagation



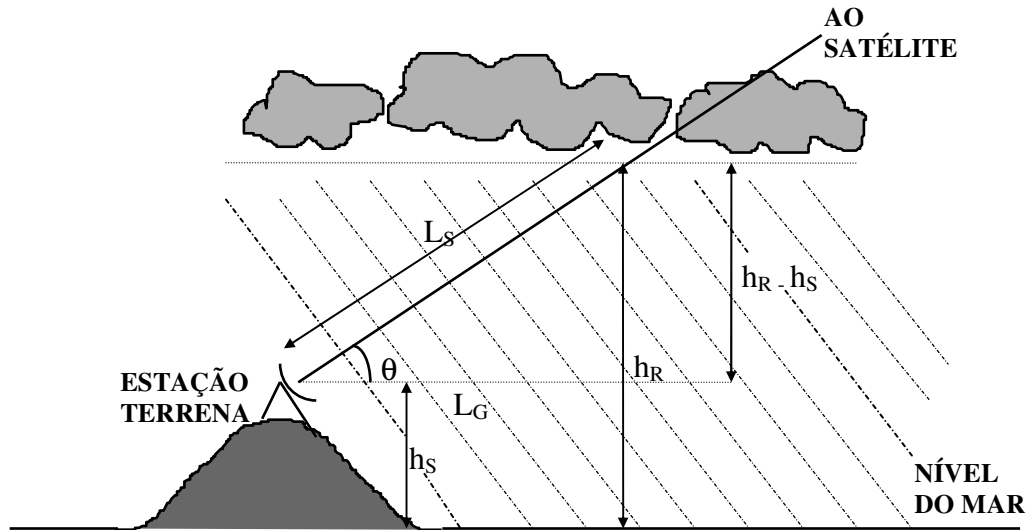
$$F(w) = E_{\forall p} \left| \underline{y}^p - \underline{\tilde{y}}^p \right|^2 \quad \Delta w = -\alpha \frac{\partial F}{\partial w} = \alpha \varepsilon \frac{\partial \tilde{y}}{\partial w}$$

## II - Modelos Fenomenológicos tratados como uma Rede Neural



## Exemplo 1:

### Atenuação de sinal em enlace terra-satélite



## Modelo UIT-R de Propagação de Sinal Terra - Satélite - Equações

$$Z_1 = f(\varphi) = h_R$$

$$h_R = 5 - .075(\varphi - 23)$$

$$h_R = 5$$

$$h_R = 5 + .1(\varphi + 21)$$

$$h_R = 0 \quad \text{for } \varphi < -71$$

$$Z_2 = f(Z_1, h_R, \theta) = L_S,$$

$$L_S = \frac{(h_R - h_S)}{\sin \theta} \quad \text{for } \theta \geq 5^\circ$$

$$L_S = \frac{2(h_R - h_S)}{\left( \sin^2 \theta + \frac{2(h_R - h_S)}{R_e} \right)^{1/2} + \sin \theta} \quad \text{else}$$

$$Z_3 = f(Z_2, \theta) = L_G = L_S \cos \theta$$

$$Z_4 = f(f, \tau, \theta, R_{0.01\%}) = \gamma_R = k(R_{0.01\%})^\alpha$$

$$Z_5 = f(Z_3, Z_4, f) =$$

$$r_{0.01} = \frac{1}{1 + 0.78 \sqrt{\frac{L_G \gamma_R}{f}} - 0.38(1 - e^{-2L_G})}$$

$$Z_9 = f(Z_4, Z_7, Z_8, f, \theta) =$$

$$v_{0.01} = \frac{1}{1 + \sqrt{\sin \theta} \left( 31(1 - e^{-(\theta/(1+\chi))}) \sqrt{\frac{L_R \gamma_R}{f^2}} - 0.45 \right)}$$

$$Z_{10} = f(Z_7, Z_9) = L_E = L_R v_{0.01}$$

$$Z_{11} = f(Z_4, Z_{10}) = A_{0.01} = \gamma_R L_E$$

$$Z_{12} = f(\theta, \varphi, p) = \beta$$

$$\text{if } p \geq 1\% \text{ or } |\varphi| \geq 36^\circ, \beta = 0$$

$$\text{if } p < 1\% \text{ and } |\varphi| < 36^\circ \text{ and } \theta \geq 25^\circ,$$

$$\beta = -0.005 (|\varphi| - 36)$$

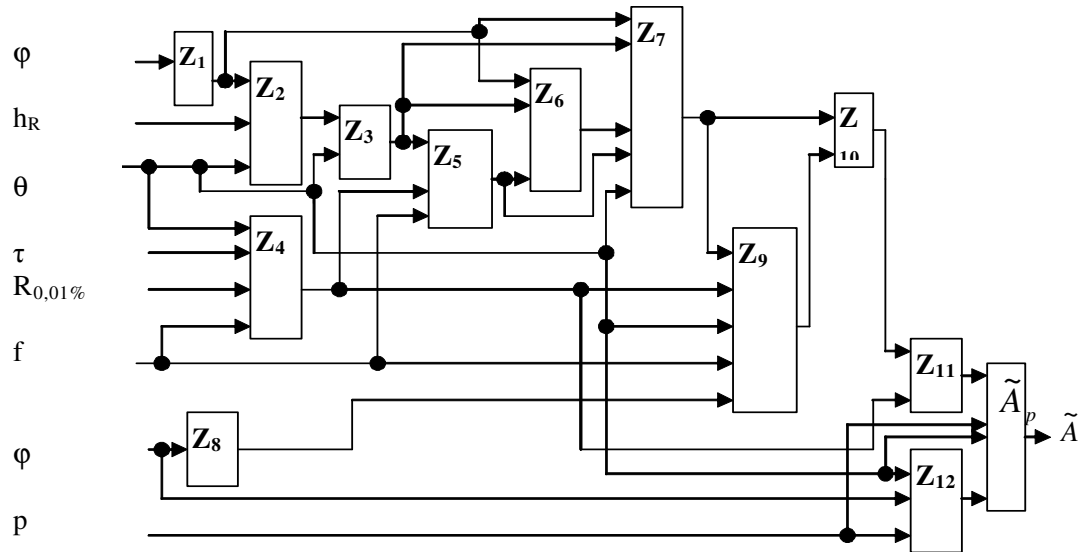
$$\text{else,}$$

$$\beta = -0.005 (|\varphi| - 36) + 1.8 - 4.25 \sin(\theta)$$

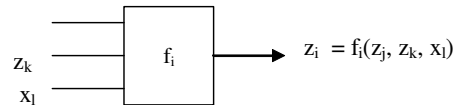
$$\tilde{A}_p = f(z_{11}, z_{12}, p, \theta) =$$

$$= A_{0.01} \left( \frac{p}{0.01} \right)^{-(0.655 + 0.033 \ln(p) - 0.045 \ln(A_{0.01}) - \beta(1-p) \sin(\theta))}$$

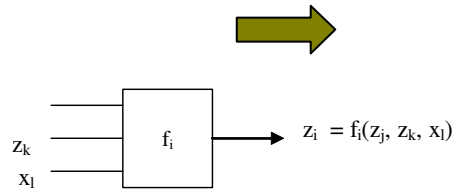
# Modelo UIT-R de Propagação de Sinal Terra - Satélite - Diagrama de Blocos



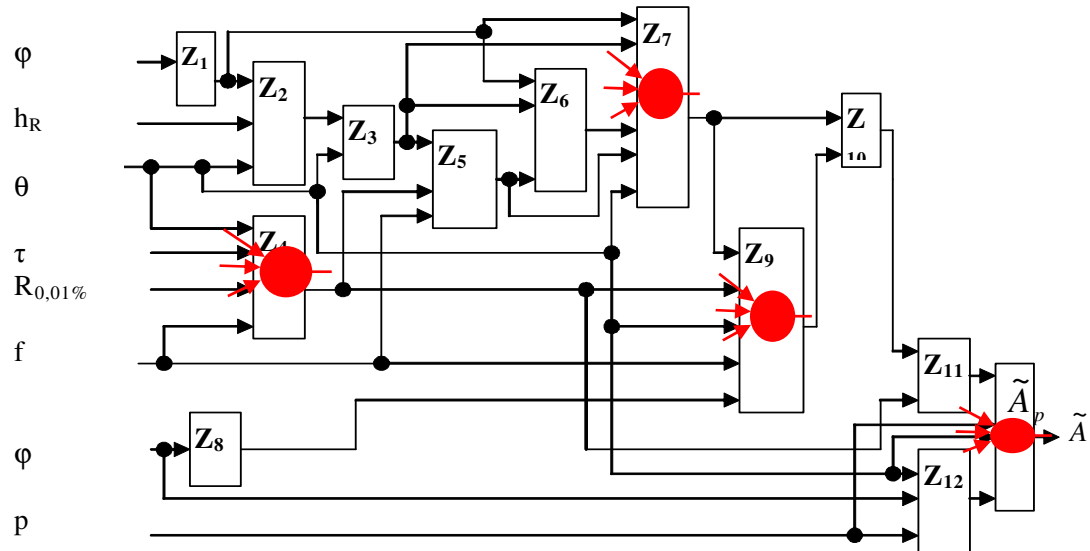
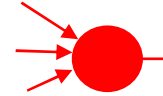
Composto por  
Blocos ou sub-modelos  
(equações)



Bloco  
ou sub-modelo



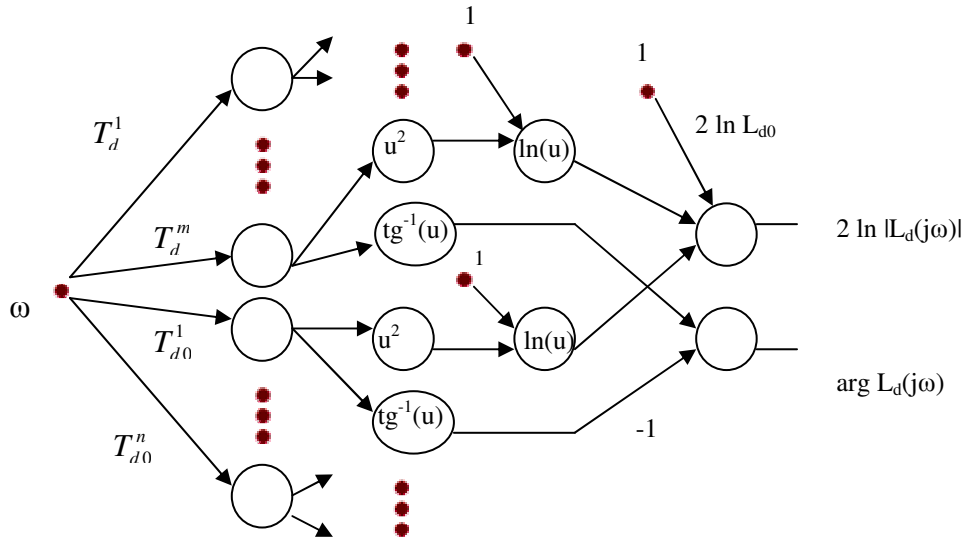
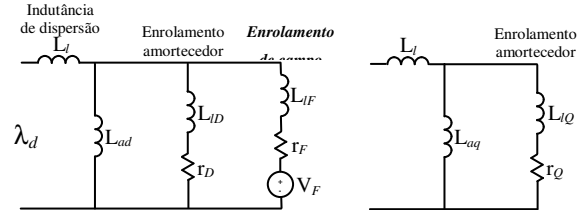
Neurônio



## Ex 2: Circuito equivalente de um transformador

$$2 \ln |L_d(j\omega)| = 2 \ln L_{d0} + \sum_{j=1}^m \ln(1 + \omega^2 T_d^j{}^2) - \sum_{i=1}^n \ln(1 + \omega^2 T_{d0}^i{}^2)$$

$$\arg[L_d(j\omega)] = \sum_{j=1}^m \operatorname{tg}^{-1}(\omega T_d^j) - \sum_{i=1}^n \operatorname{tg}^{-1}(\omega T_{d0}^i)$$



## II.1 -Ajuste dos parâmetros do modelo fenomenológico

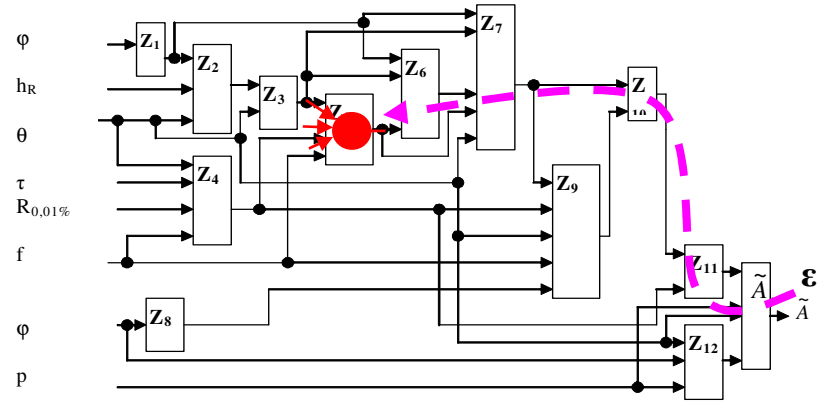
via retropropagação do erro

$$F_p = \varepsilon_p^2 = (y - \tilde{y})^2$$

$$\tilde{y} = f_1(Z_5)$$

$$Z_5 = f_2(k)$$

$$\begin{aligned} \Delta k &= -\alpha \frac{\partial F_p}{\partial k} = -\alpha \frac{\partial F}{\partial \tilde{y}} \frac{\partial \tilde{y}}{\partial k} \\ &= 2\alpha \varepsilon \frac{\partial \tilde{y}}{\partial k} = 2\alpha \varepsilon \frac{\partial \tilde{y}}{\partial Z_5} \frac{\partial Z_5}{\partial k} \end{aligned}$$



o erro  $\varepsilon$  na saída do modelo é **retropropagado** até cada bloco (ou parâmetro) de interesse

$$\alpha \varepsilon \frac{\partial \tilde{y}}{\partial Z_5} \quad \text{ou} \quad \alpha \varepsilon \frac{\partial \tilde{y}}{\partial k}$$

as derivadas podem ser calculadas analítica ou numericamente

$$\frac{\partial \tilde{y}}{\partial k} \cong \frac{\Delta \tilde{y}}{\Delta k} \quad \frac{\partial \tilde{y}}{\partial Z_5} \cong \frac{\Delta \tilde{y}}{\Delta Z_5} \quad \frac{\partial Z_5}{\partial k} \cong \frac{\Delta Z_5}{\Delta k}$$

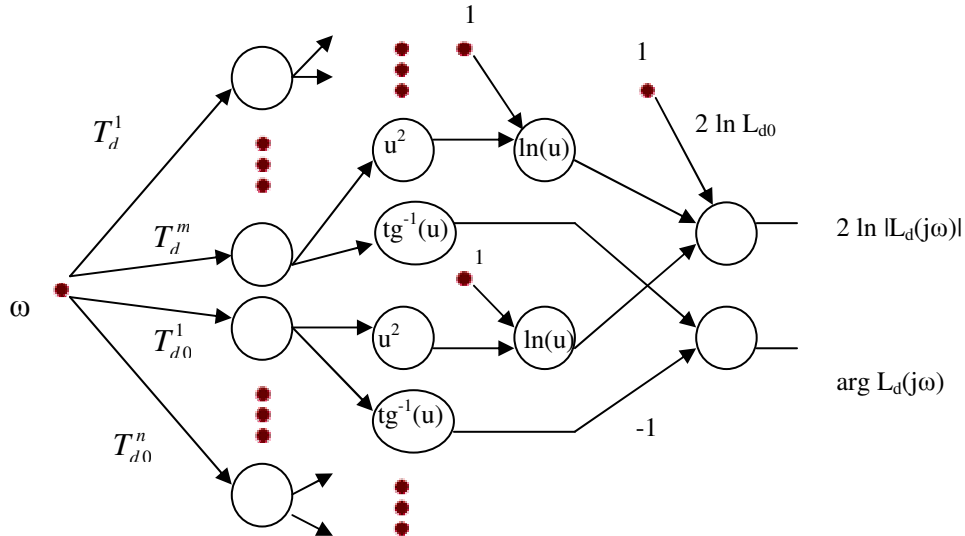
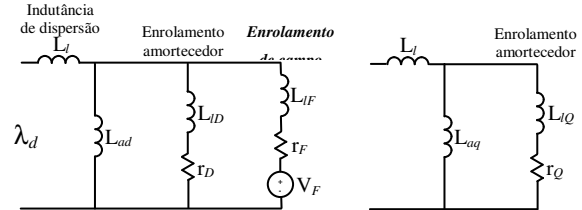
**valores iniciais dos parâmetros podem ser críticos, para que a convergência se de para os parâmetros da planta.**

**o passo  $\alpha$  deve ser ajustado para cada variável**

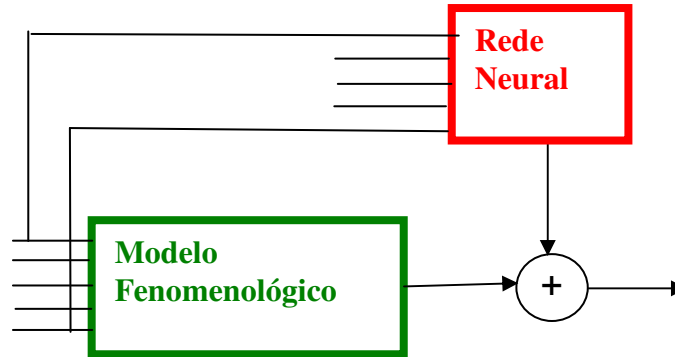
## Aplicação: Circuito equivalente de um transformador

$$2 \ln |L_d(j\omega)| = 2 \ln L_{d0} + \sum_{j=1}^m \ln(1 + \omega^2 T_d^j{}^2) - \sum_{i=1}^n \ln(1 + \omega^2 T_{d0}^i{}^2)$$

$$\arg[L_d(j\omega)] = \sum_{j=1}^m \operatorname{tg}^{-1}(\omega T_d^j) - \sum_{i=1}^n \operatorname{tg}^{-1}(\omega T_{d0}^i)$$

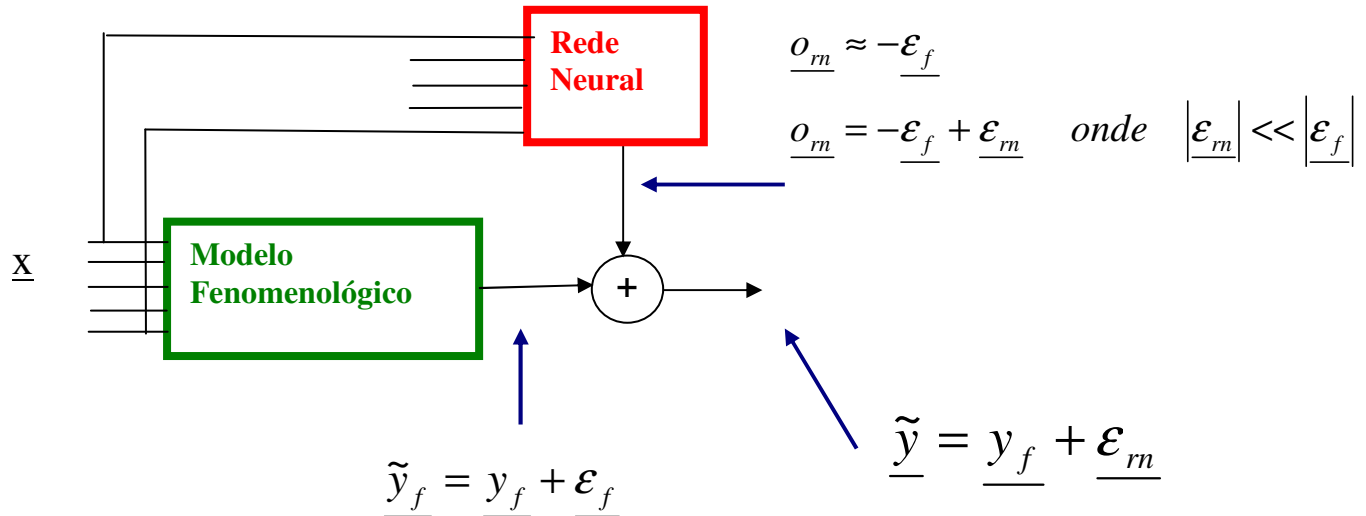


### III - Modelos Híbridos Neural-Fenomenológicos



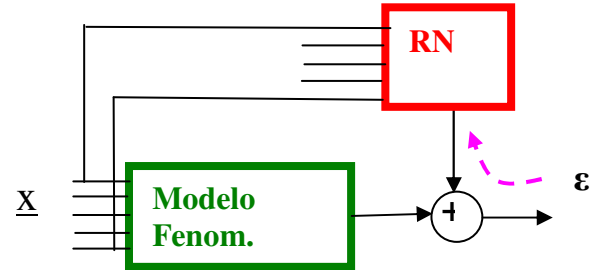
**Informação do Processo através do Modelo Fenomenológico**  
**+**  
**Precisão numérica através da Rede Neural**

Qual a função da RN, como atua ?



Corrigindo o erro do modelo fenomenológico

## Como treinar a Rede Neural ?



1 - propagação do sinal para a frente: os dois blocos (modelo fenomenológico e rede neural) atuam

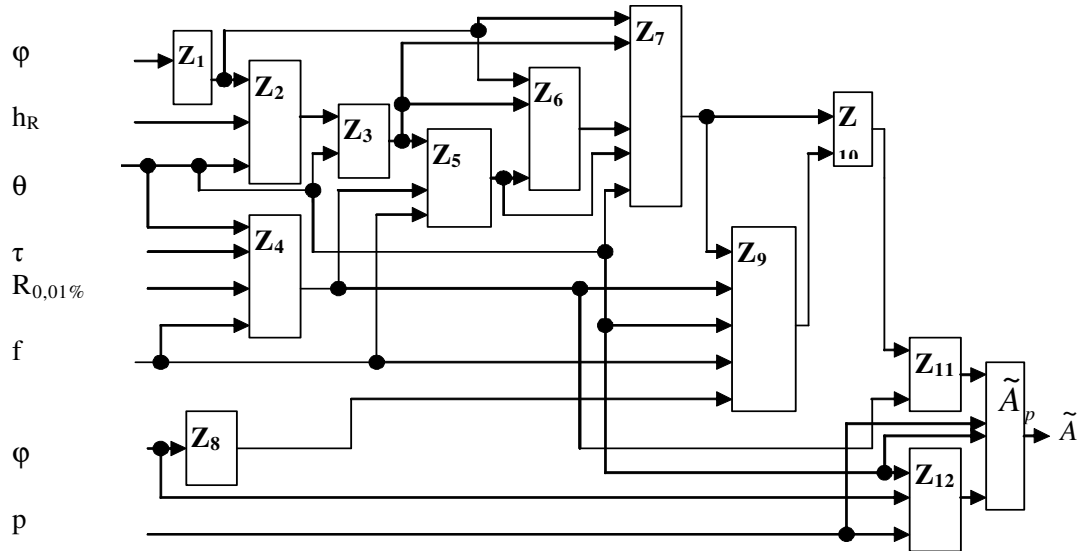
2 - erro na saída do sistema completo  $\varepsilon = y - \tilde{y} = y - (\tilde{y}_f + o_{rn})$

3 - erro retropropagado para a saída da RN = erro na saída do sistema completo,  $\varepsilon$

## IV Sub-modelos Híbridos Neural-Fenomenológicos

### Modelos Fenomenológicos tratados como uma Rede Neural

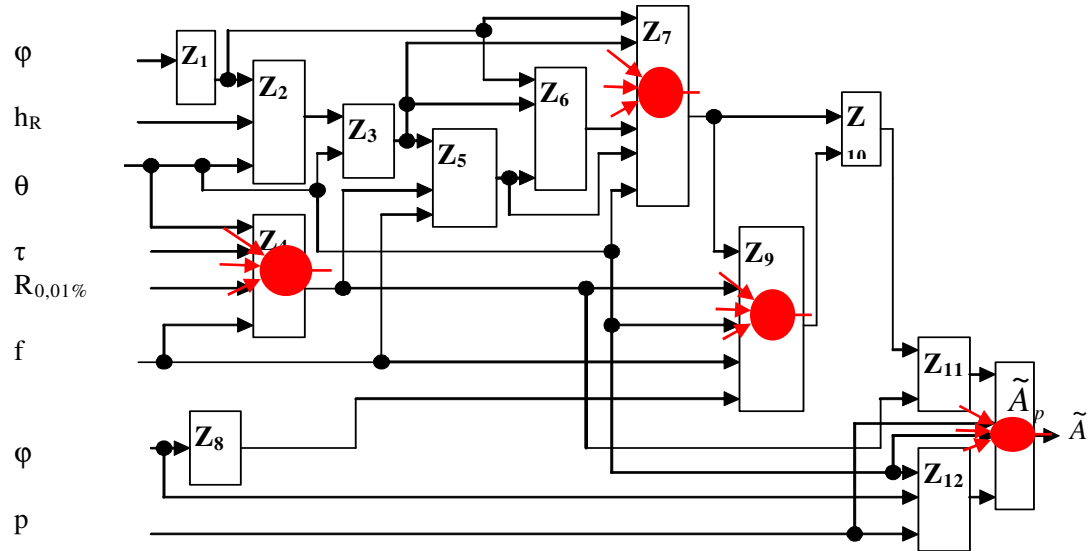
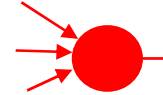
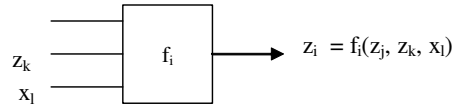
Modelo Fenomenológico  $\Rightarrow$  Sistema de equações  $\Rightarrow$  Diagrama de Blocos  $\Rightarrow$  Rede Neural



Modelo é composto por  
blocos ou sub-modelos



ou “neuronios”



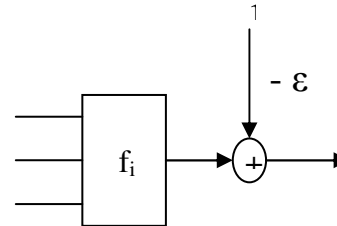
No modelo fenomenológico

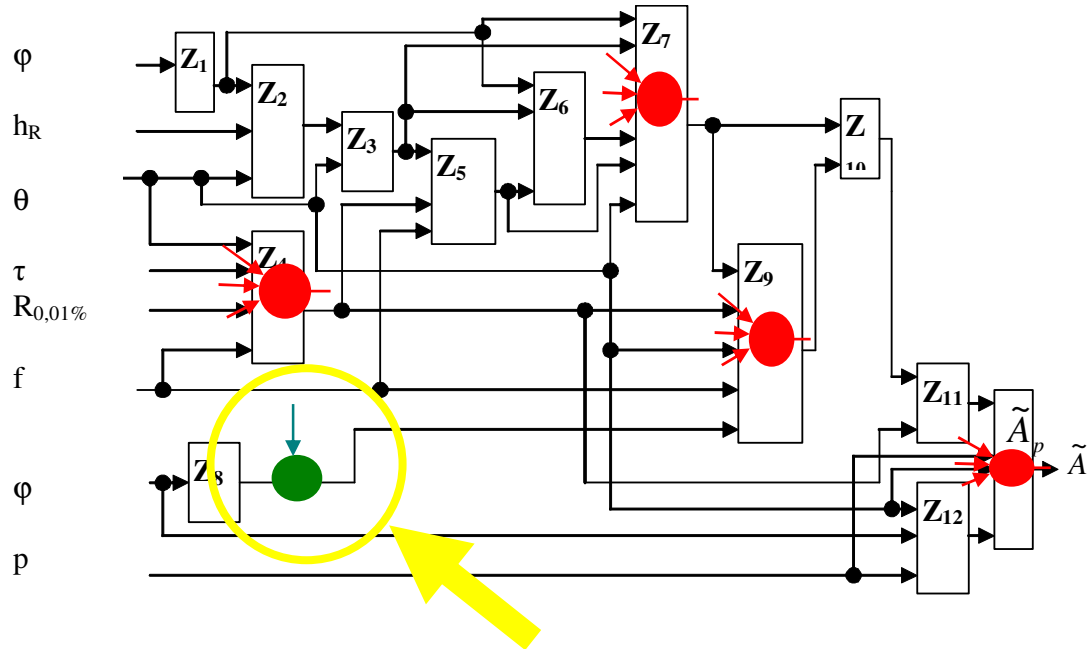
o erro varia de bloco para bloco.

**Como identificar os blocos com os maiores erros ?**

Bloco com Block with

sinapses “mágicas” para correção do erro

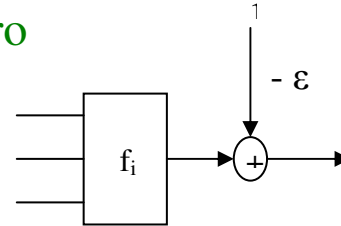




**Critério para erro do bloco:**

$$\sigma_i = \sigma \left[ \delta_i(p) \right]$$

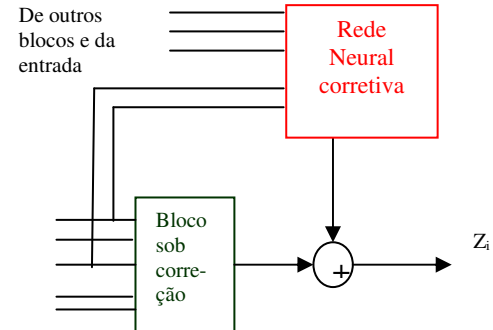
Bloco com uma  
sinapse “mágica” para correção do erro



Bloco com uma  
rede neural para correção do erro.

**Que variáveis usar  
como entrada da RN ?**

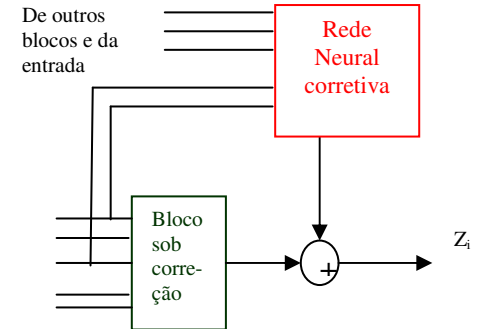
**– correlatas com o erro do bloco**



## O erro do bloco vem de:

### Função de transferência do bloco incorreta

- o erro do bloco está correlacionado com algumas entradas do próprio bloco
- use estas entradas na RN corretiva

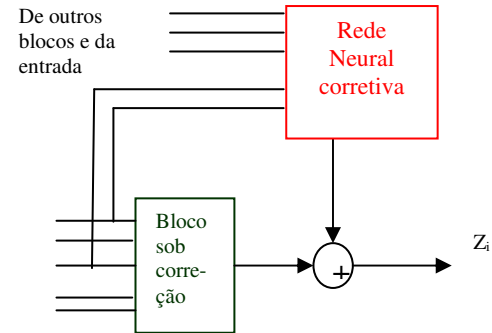


### Falta informação na entrada do bloco

- o erro do bloco não está correlacionado com as entradas do bloco
- teste outras variáveis disponíveis quanto à correlação com o erro do bloco. Se a correlação existe, use estas variáveis na entrada da rede neural de correção do bloco

## Entradas da RN corretiva do bloco

- entradas do próprio bloco
  - **correlatas com o erro do bloco**
- outras variáveis disponíveis quando do cálculo do bloco
  - **correlatas com o erro do bloco**



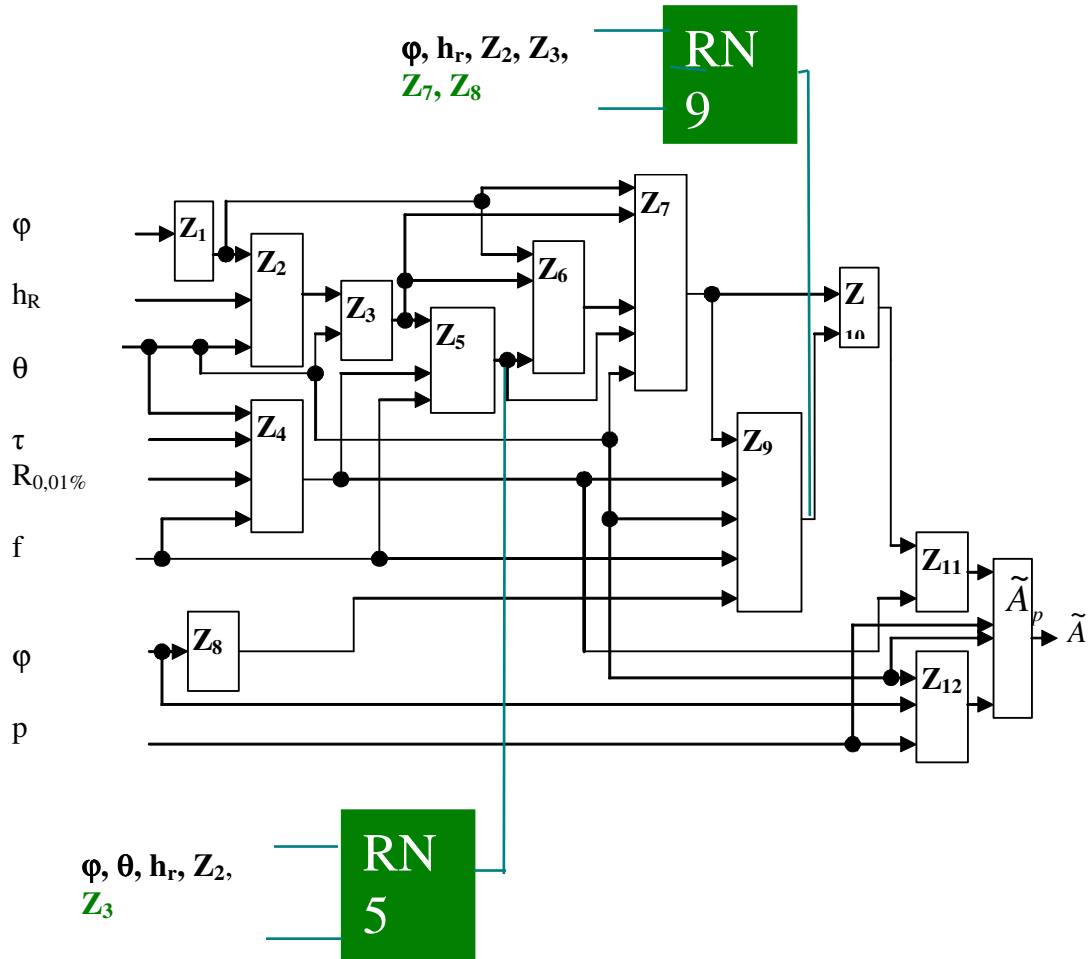
## ERROS DOS SUBMODELOS

### DESVIO PADRÃO DO ERRO RETROPROPAGADO ( $\delta_i$ ) PARA CADA SUB-MODELO

| Bloco        | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   |
|--------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $\sigma_i^2$ | 0,17 | 0,07 | 0,09 | 0,57 | 1,09 | 0,00 | 0,13 | 0,01 | 0,97 | 0,16 | 0,13 | 0,49 |

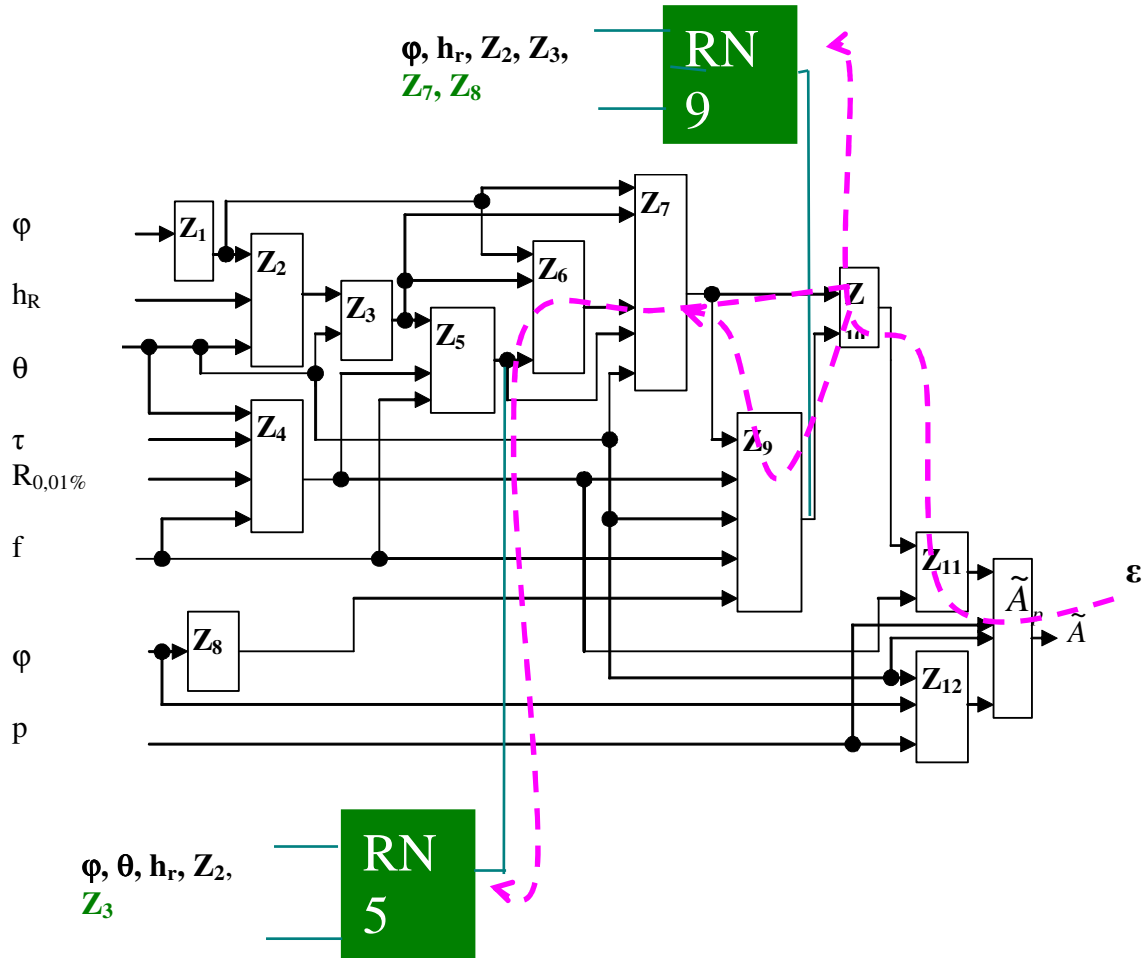
A tabela acima evidencia que **os sub-modelos 5 and 9 são os mais críticos**, seguidos dos blocos 4 e 12.

Estes resultados concordam com a informação fenomenológica disponível.



## Treinamento das RN's

- 1 - como no caso do modelo híbrido, na propagação do sinal para a frente todos os blocos (sub-modelos fenomenológicos e redes neurais locais) atuam**
- 2 - o erro a ser minimizado é o erro na saída do sistema completo  $\varepsilon$**
- 3 - como no caso de ajuste dos parâmetros do modelo fenomenológico, o erro  $\varepsilon$  é retropropagado para a saída de cada RN, e daí para cada sinapse da mesma. As derivadas podem ser calculadas analítica ou numericamente**



## RESULTADOS

ERRO RELATIVO RMS (%) PARA TODOS OS PARES.

| <b>Fenomenológico.<br/>UIT-R</b> | <b>Neural</b> | <b>Híbrido<br/>UIT-R-Neural</b> |
|----------------------------------|---------------|---------------------------------|
| <b>32</b>                        | <b>20</b>     | <b>22</b>                       |

# Redes Neurais na Modelagem de Sistemas Dinâmicos (e Séries Temporais)

## Sistema SISO



## Sistemas dinâmicos

$$y(t) = f[x(t), x(t-1), x(t-2), \dots, x(t-N)]$$

ou

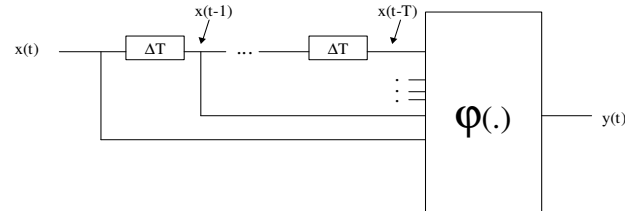
$$y(t) = \varphi[x(t), \vec{e}(t)]$$

# Modelos Não Recursivos

## Modelo MA (moving average)

### Filtro FIR

$$y(t) = \sum_{i=0}^T b_i x(t-i)$$



## Time Delay Neural Network

### Modelo NMA

$$y(t) = \varphi[x(t), x(t-1), \dots, x(t-N)]$$

# Modelos Recursivos

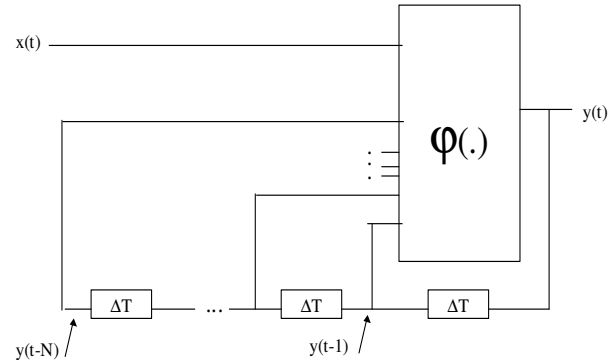
## Modelo AR (auto regressivo)

### Filtro IIR

$$y(t) = b_0 x(t) + \sum_{i=1}^N a_i y(t-i)$$

### Modelo NAR

$$y(t) = \varphi[x(t), y(t-1), \dots, y(t-N)]$$



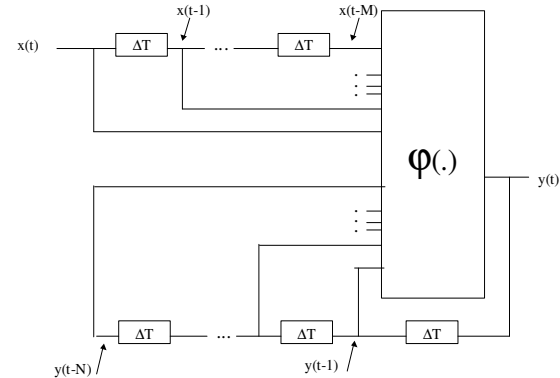
# Modelos Recursivos

## Modelo ARMA

$$\tilde{y}(t) = \sum_{i=0}^M b_i x(t-i) + \sum_{i=1}^N a_i \tilde{y}(t-i)$$

## Modelo NARMA

$$y(t) = \phi[x(t), x(t-1), \dots, x(t-M), y(t-1), \dots, y(t-N)]$$



## Dimensão dos Modelos

### Planta:



linearizada nos pontos de operação

“singularidades”,  
“frequências naturais”,  
“constantes de tempo”

## Dimensionando o MA (NMA)

$$N \cdot \Delta T \geq 4 \text{Max}(\tau_i)$$

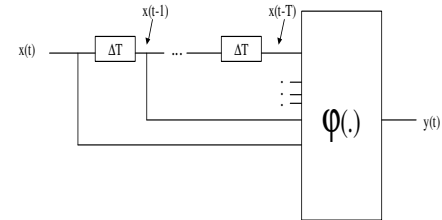
$$N \cdot \Delta T \geq \frac{2}{\pi f_{\min}}$$

$f_{\min} = 1 / (2\pi \text{Max}(\tau_i))$  é a mais baixa frequência natural do sistema, em Hz.

$$f_s = \frac{1}{\Delta T} \geq 2 f_{\max}$$

$f_{\max}$  = maior frequência operada pelo sistema

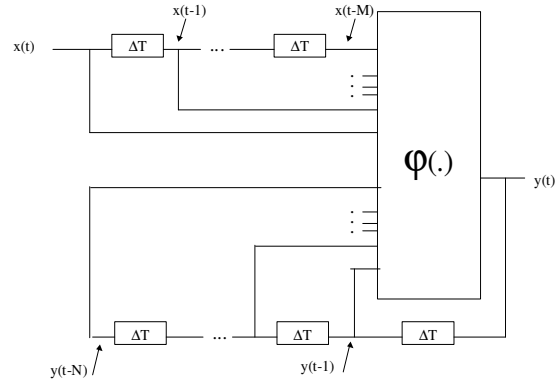
$$N \geq \frac{4}{\pi} \frac{f_{\max}}{f_{\min}}$$



## Dimensionando o ARMA (NARMA)

**N** – ordem prevista (2,3)

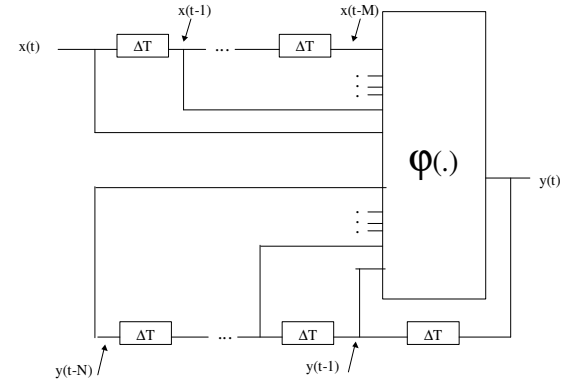
$$M \leq N$$



**NARMA muito menor que o MA mas pode instabilizar !**

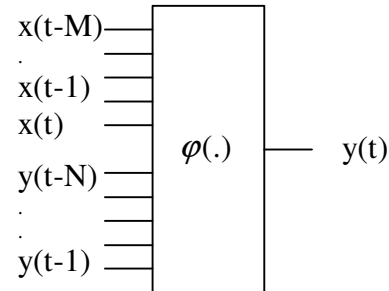
## Como treinar a RN ?

Rede em Operação  
(em modo paralelo)



Rede em Treinamento

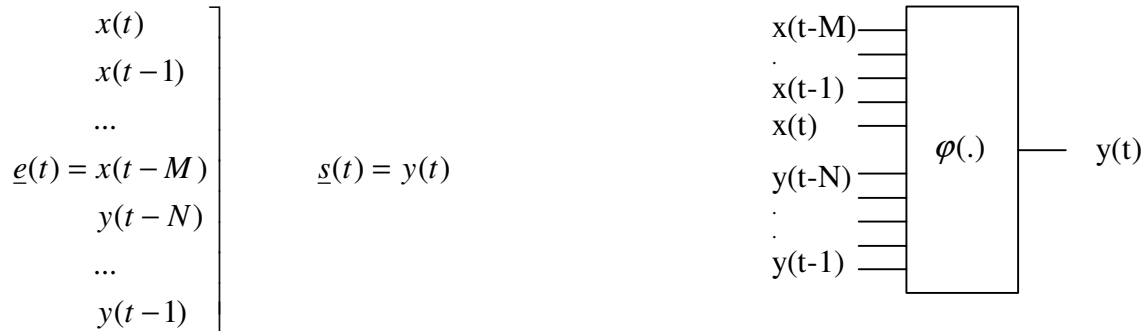
Não é dinâmico, a rede  
é treinada em separado !!



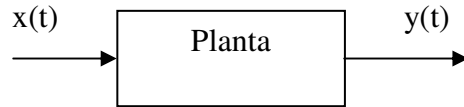
## Treinamento da RN

Não é dinâmico, a rede é treinada em separado !!

Par entrada-saída  $(\underline{e}(t), \underline{s}(t))$  correspondente ao instante  $t$ :

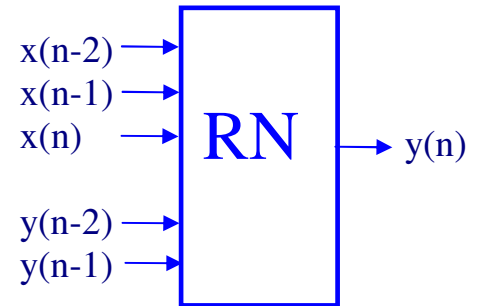
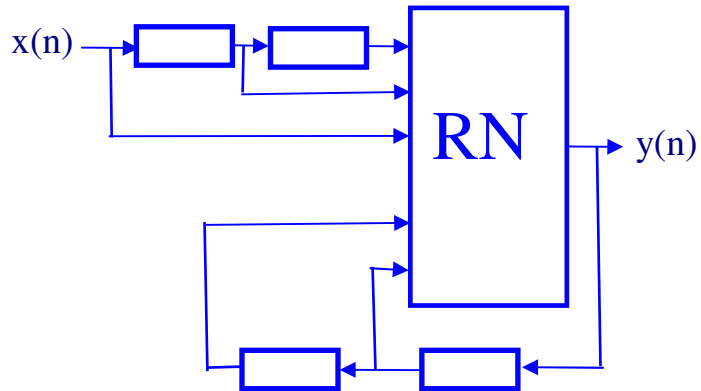


Exemplo:



**N=2**

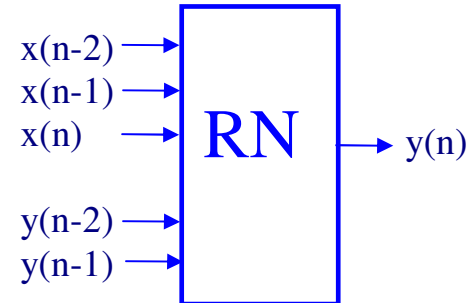
**M=2**



## Construção dos pares entrada-saída para o treinamento:

| t, n | x(n)  | y(n)  |
|------|-------|-------|
| ...  | ...   | ...   |
| 52   | x(52) | y(52) |
| 53   | x(53) | y(53) |
| 54   | x(54) | y(54) |
| 55   | x(55) | y(55) |
| 56   | x(56) | y(56) |
| 57   | x(57) | y(57) |
| ...  | ...   | ...   |

**t = n = 56**



$$\left[ \begin{array}{l} x(54) \\ x(55) \\ e(56) = x(56) \\ y(54) \\ y(55) \end{array} \right]$$

$$s(56) = y(56)]$$

## Cuidados usuais a tomar com RNs

- 1 - Escolha das Variáveis de entrada
- 2 – Escalamento das Variáveis
- 3 - Pares entrada – saída
- 4 - Dimensionando a rede
- 5 – Inicializando a Rede
- 6 – Treinamento: Superfícies de Erro
- 7 – Overtraining (overfitting, sobre-treinamento)
- 8 – Critica durante o treinamento
- 9 - Validação Cruzada
- 10 – Critica pos treinamento
- 11 - Outros tipos de erro
- 12 – Outros Processos de Treinamento

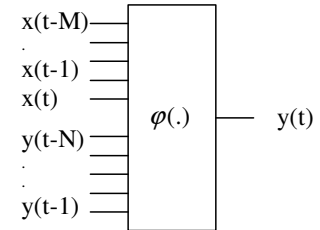
# Cuidados adicionais a tomar no caso de sistemas dinâmicos

## 1 - Escolha das Variáveis de entrada da rede neural

Quantas (quais) entradas / saídas atrasadas tomar ?

Entradas – existem atrasos puros ?

Saídas realimentadas - **ordem do sistema**



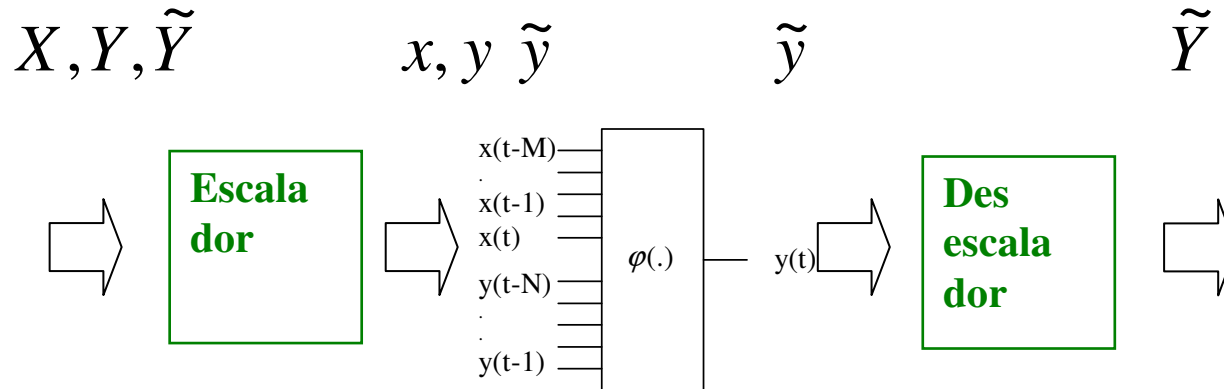
poucas: não representa  
demasia: pode instabilizar

**Tentativa e erro – ordem do sistema**

**Possível solução :**      **Poda de saídas realimentadas**  
                                  **na construção da RN      automática / manual**

## 2 – Escalamento das Variáveis

Rede **em operação** trabalha imersa em um escalador / desescalador



O escalador e o desescalador podem ser embutidos na primeira e última camada da rede treinada.

### 3 - Pares entrada – saída:

#### Mapeamento unívoco

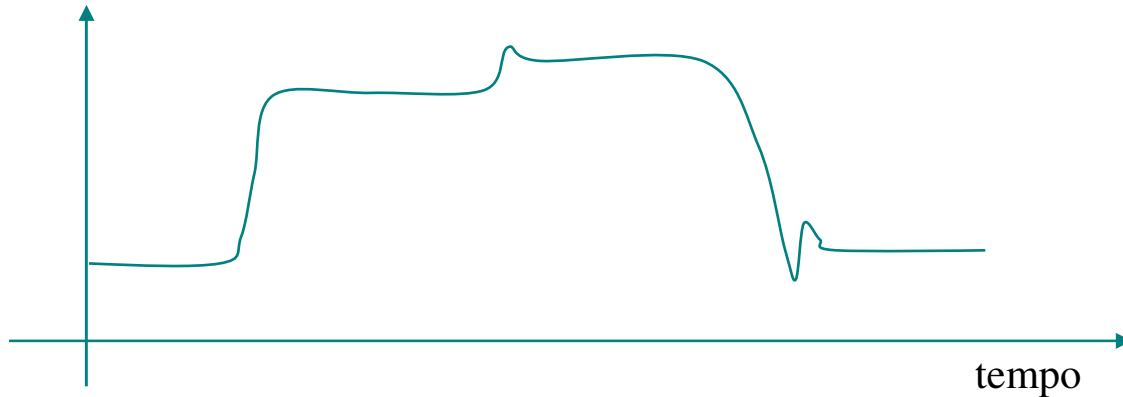
$$x_1 \gg y_1 \quad \text{e} \quad x_2 \gg y_2$$

$$\text{se } x_2 = x_1 \quad \text{então } y_2 = y_1$$

o modelo (inverso) é unívoco ?

Efeito de população local reduzida:

transição vs regime permanente



**Efeito ? alto erro na região de baixa população**

**Correção ? replicar população**

## 4 – Obtenção dos dados da planta

### **Pontos de operação para a modelagem:**

**Grande excursões (amplitudes) - explorar as não linearidades**

**Grande faixa de frequências – explorar todas as singularidades**

**entrada Ideal: ruído branco de grande amplitude**

### **Pontos de operação reais:**

**Grandes excursões – busca do rendimento máximo**

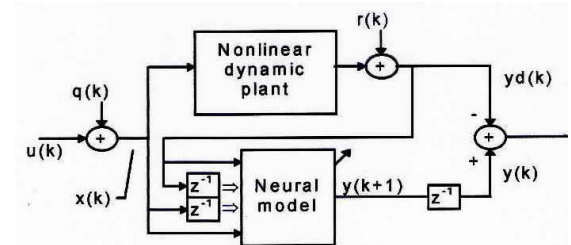
**Operação suave – baixas frequências**

**E a caracterização das altas frequências ?**

**Aplicar um sinal piloto na entrada:**

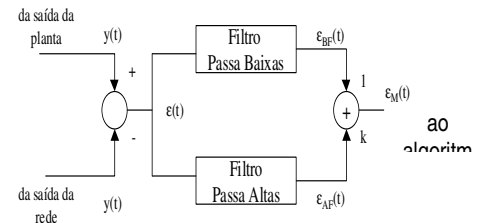
**Altas frequências, baixa amplitude**

$q(t)$  = onda quadrada de período aleatório

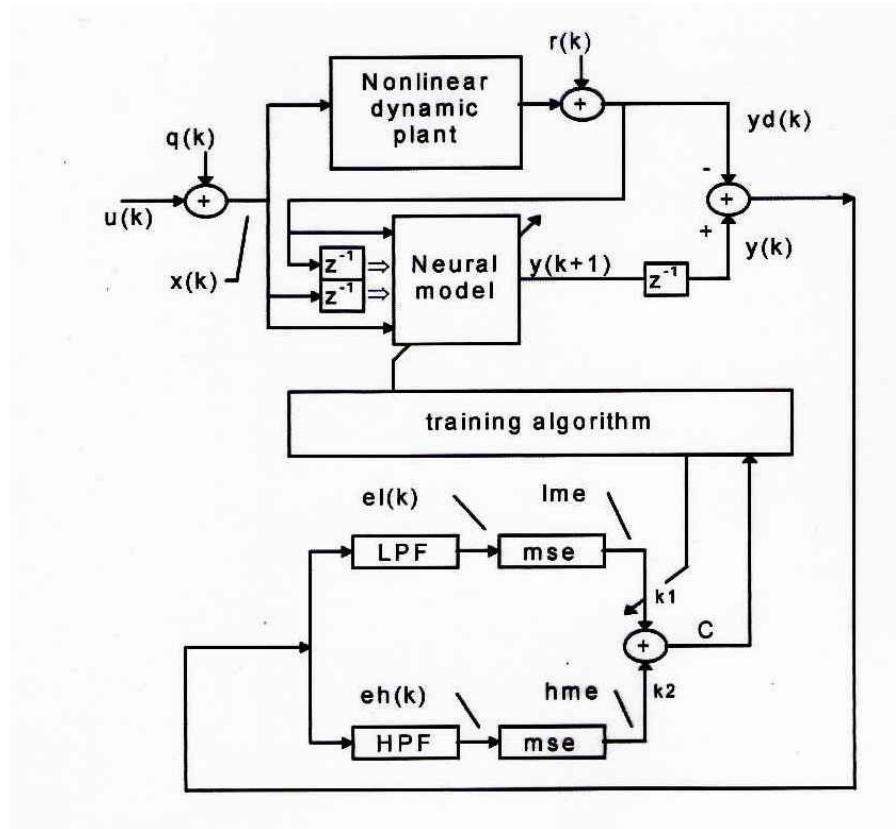


**Enfatizar o erro em altas frequências na saída:**

$$\varepsilon_M(t) = \varepsilon_{LF}(t) + k \varepsilon_{HF}(t)$$



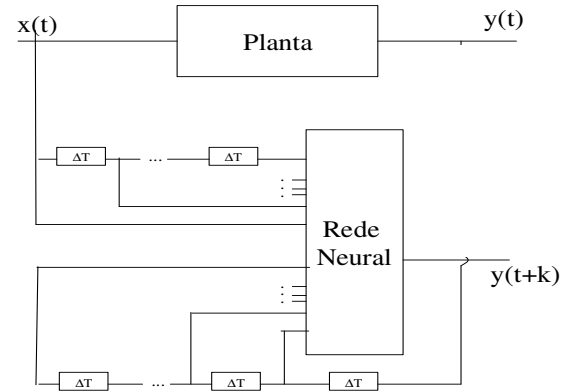
# Treinamento:



# Operação da Rede

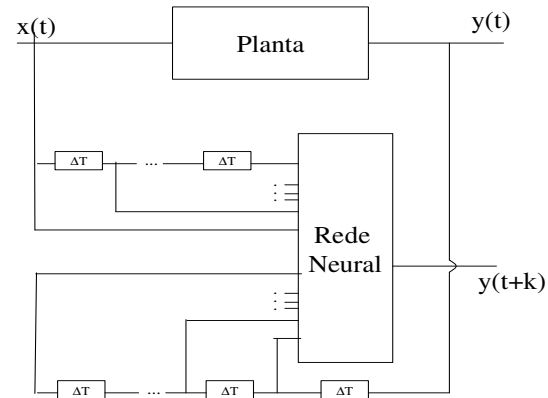
## Operação em Paralelo

Independente da planta,  
possível instabilidade

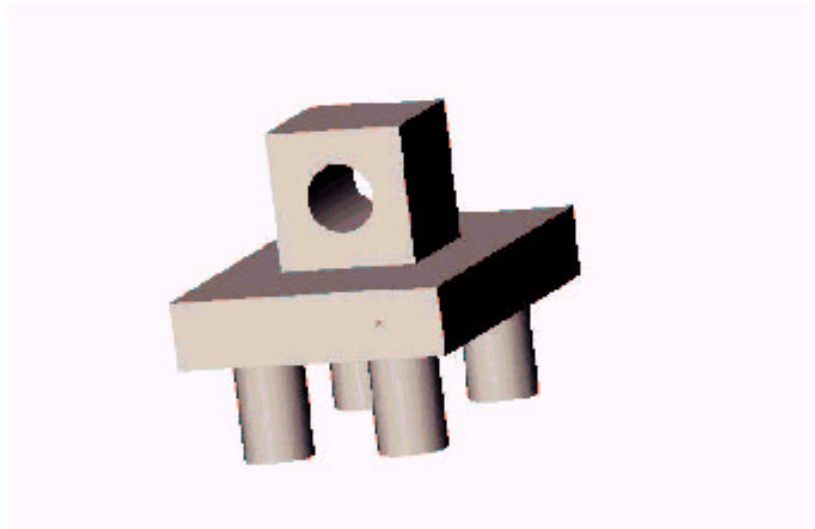


## Operação em Série – Paralelo

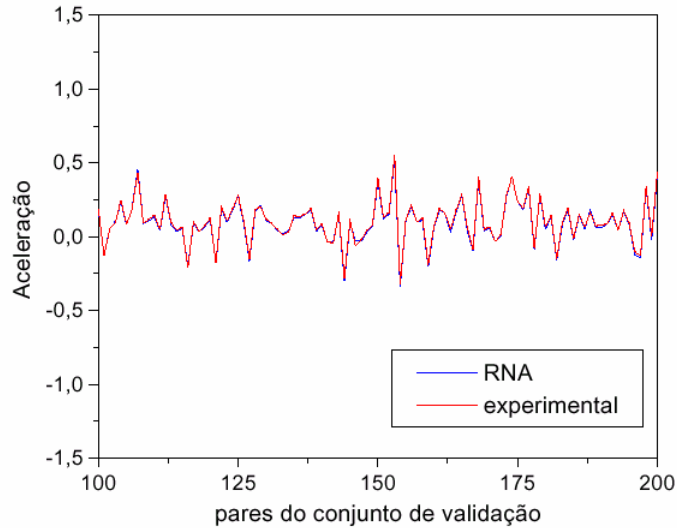
Depende da planta,  
estabilidade garantida  
para que serve ? **Preditores**  $y(t+k)$



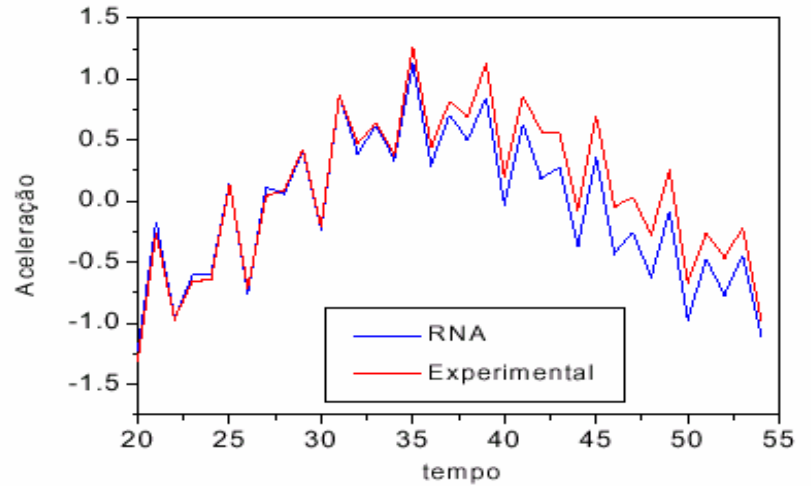
## Exemplo 1:



## Operação em serie - paralelo



## Operação em paralelo



## Exemplo 2:

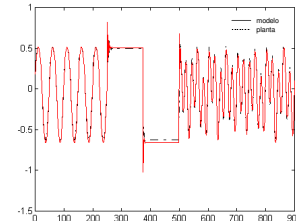
$$y(t) = \frac{y(t-1) y(t-2) y(t-3) x(t-2) [y(t-3) - 1] + x(t-1)}{1 + y(t-3)^2 + y(t-2)^3}$$

### Entrada para treinamento e teste

$$x(t) = \sin(.1t) + .02 \text{ sq\_rnd } (t)$$

### Entrada para validação

$$x(k) = \begin{cases} \sin(\pi k / 25) & , k < 250 \\ +1 & , 250 \leq k < 375 \\ -1 & , 375 \leq k < 500 \\ 0,3\sin(\pi k / 25) + 0,1\sin(\pi k / 32) + 0,6\sin(\pi k / 10) & , 500 \leq k < 900 \end{cases}$$

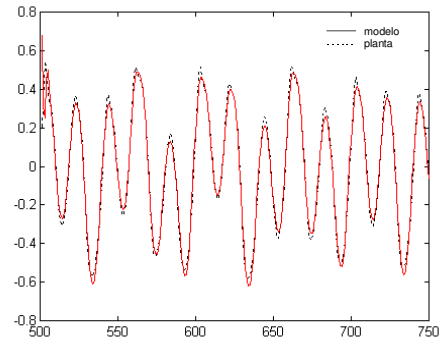
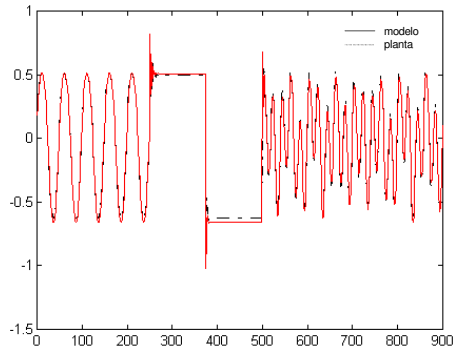


## Rede Neural: 7 neurônios na camada intermediária

### Ordem do modelo (poda):

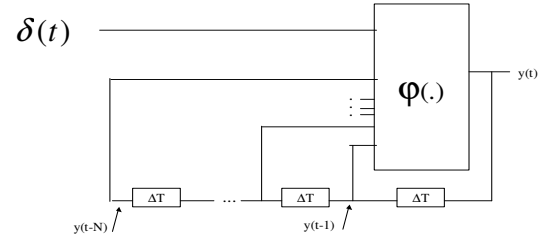
|   | Inicial | Final | Correta |
|---|---------|-------|---------|
| N | 5       | 3     | 3       |
| M | 4       | 2     | 2       |

### Resultados



## Uso em Series Temporais (modelo AR)

$S(t) =$     Tendencia    +  
                 Sazonalidade    +  
                 Ciclos senoidais    +  
                 Outros artefatos determinísticos    +  
                 Componentes não lineares    +  
                 Ruído não correlato

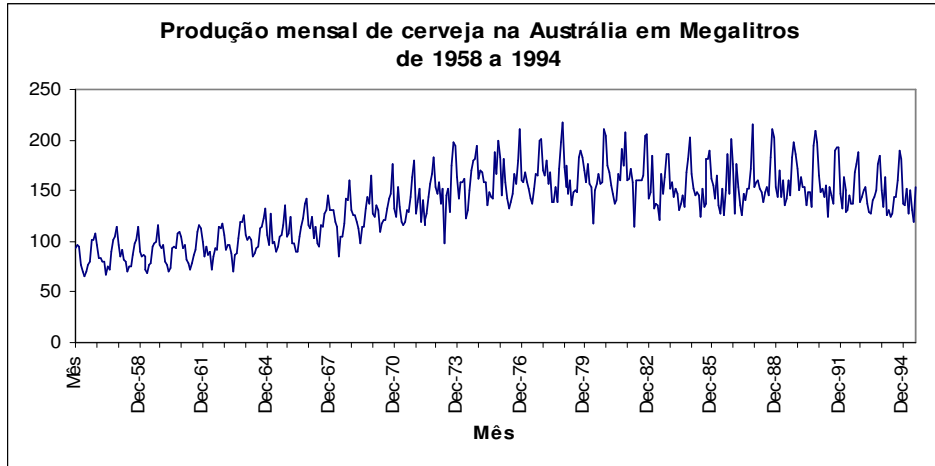


Redes Neurais  
predizem este  
termo !

Trabalhar sobre a serie residual !

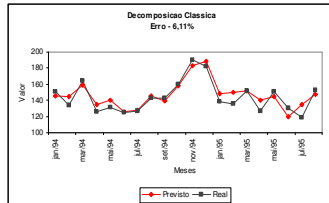
# Series Temporais

## Exemplo:

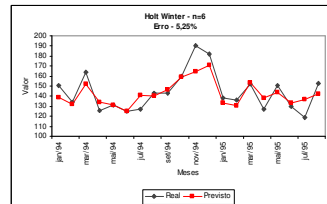


# Resultados (período de teste):

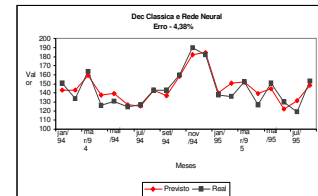
## Convencional



## Holt-Winters



## RNs



|                 | Decomp. | Holt Winter | RN    |
|-----------------|---------|-------------|-------|
| <b>1º Ano</b>   | 4.71%   | 4.81%       | 3.68% |
| <b>20 Meses</b> | 6.11%   | 5.25%       | 4.35% |

## **Outras contribuições de RNs para o estudo dos modelos fenomenológicos:**

### **Estudo da importância das entradas:**

**Relevância de entradas**

### **Estabelecimento de modelos:**

**Poda: Simplificação de estruturas para obtenção das equações do modelo fenomenológico**

### **Modelos híbridos neural-fenomenológicos**

**Contribuição para entendimento dos modelos fenomenológicos.**

*FIM.*

*OBRIGADO PELO INTERESSE.*