

CPE 724 – Redes Neurais e Aplicações

2ª Série de Exercícios - Redes RBF

Obs: O objetivo da série de exercícios é a fixação do aprendizado. A série pode ser feita em grupo, mas é importante que cada um tente achar as soluções individualmente antes do trabalho em grupo.

1 – Na rede abaixo os neurônios da camada intermediária são do tipo RBF com função de transferência

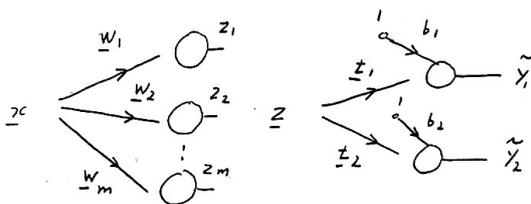
$$z_i = \frac{1}{1 + u_i} \quad \text{onde} \quad u_i = (\underline{x} - \underline{w}_i)^t \underline{K}_i (\underline{x} - \underline{w}_i) = \sum_j k_{ji} (x_j - w_{ji})^2$$

$$\underline{K}_i = \text{diag}[k_{ij}] = \begin{bmatrix} k_{i1} & 0 & 0 & \dots \\ 0 & k_{i2} & 0 & \dots \\ 0 & 0 & k_{i3} & \dots \\ \dots & & & \dots \end{bmatrix} \quad \underline{x} = x_j \quad \underline{w}_i = w_{ij}$$

Os neurônios de saída são do tipo perceptron, linear e tgh:

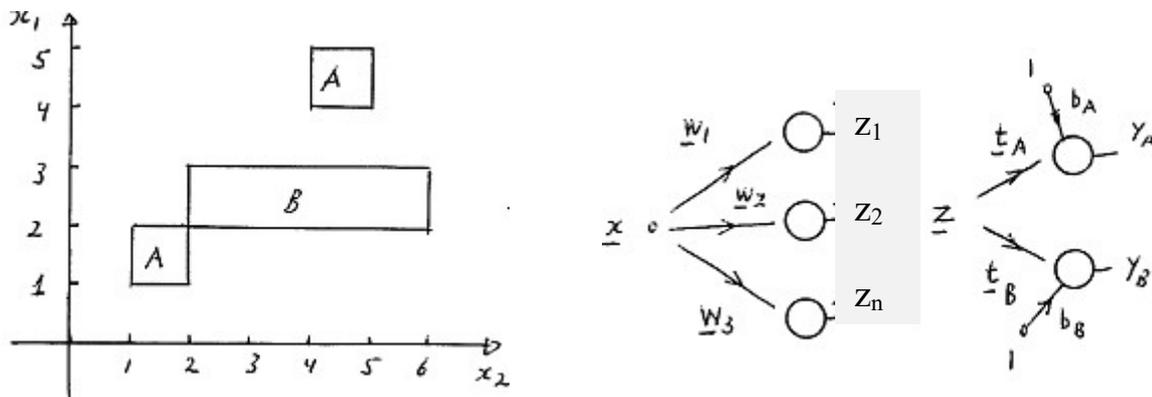
$$\tilde{y}_1 = u_1 \quad \text{onde} \quad u_1 = \underline{z}_1^t \underline{t}_1 + t_{10} \quad e$$

$$\tilde{y}_2 = \text{tgh}(u_2) \quad \text{onde} \quad u_2 = \underline{z}_2^t \underline{t}_2 + t_{20}$$



A função objetivo a ser minimizada no treinamento é o erro médio quadrático na saída. Estabeleça as fórmulas necessárias para um treinamento tipo gradiente descendente (backpropagation regra delta).

2 – As duas classes A (disjunta) e B cujos domínios estão representados abaixo devem ser separadas entre si e do restante do espaço de entrada pela rede RBF ao lado.



Os neurônios da camada intermediária são do tipo base radial, e os da camada de saída logísticos. Equações da rede:

$$d_{ij} = x_j - w_{ij}$$

$$u_i = (\underline{x} - \underline{w}_i)^t K_i (\underline{x} - \underline{w}_i) = \sum_j k_{ij} d_{ij}^2$$

$$z_i = e^{-u_i} \quad z_0 = 1$$

$$\tilde{y}_i = .5[1 + tgh(v_i)]$$

$$v_i = \sum_j t_{ij} z_j + b_i$$

2.1 - Projete a rede considerando $\underline{K}_i = \underline{I} = diag[1]$ a matriz identidade

2.2 - Projete a rede considerando $\underline{K}_i = diag[k_{ij}]$ uma matriz diagonal

Obs: equação da elipse com centro em \underline{c} e semi-eixos r_i paralelos aos eixos do sistema:

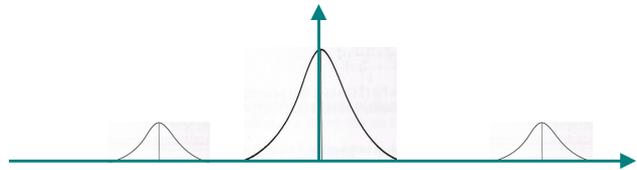
$$\sum_i \frac{(x_i - c_i)^2}{r_i^2} = 1$$

2.3 – Projete a rede usando neurônios logísticos com entradas aumentadas com $x_{n+1} = \sum_{v_i} x_i^2$

Apresente os valores das sinapses e de \underline{K} .

3 – Ao término do treinamento o histograma do erro de treinamento de uma rede MLP que realiza um mapeamento $y(\underline{x})$ é apresentado abaixo. A distribuição do erro é trimodal com as seguintes médias e desvios padrão.

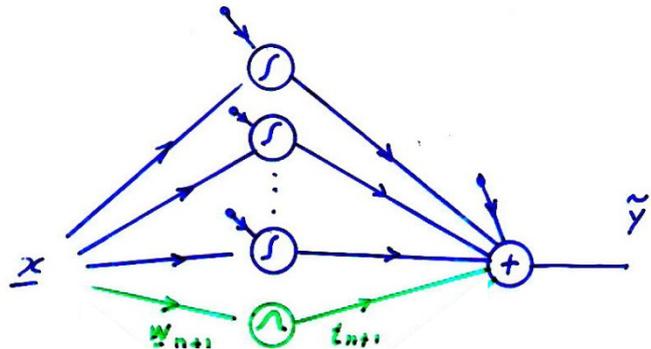
média	desvio
-.4	.25
0	.1
.6	.25



Os erros maiores provem de um conjunto de pares entrada-saída C com centro \underline{x}_c e desvio padrão σ_c respectivamente:

$$\underline{x}_c = \underset{\forall \underline{x} \in C}{E} \underline{x}$$

$$\sigma_c = \sqrt{\underset{\forall \underline{x} \in C}{E} |\underline{x} - \underline{x}_c|^2} = .2$$



Isto ocorre devido ao mapeamento nesta região não conseguir ser adequadamente representado, porque o treinamento cai (quase sempre) em um mínimo local.

Para minorar este problema é acrescentado à rede treinada um neurônio RBF com função de ativação gaussiana $v = e^{-\frac{1}{2\sigma^2}|\underline{x} - \underline{w}_{n+1}|^2}$ e o treinamento é retomado do ponto onde havia parado. Indique os valores iniciais a atribuir à σ , \underline{w}_{n+1} e t_{n+1} para facilitar o treinamento. Justifique os valores indicados.