Uso de Redes Neurais em Modelagem de Sistemas

- Sistemas estáticos

I - Modelos Matemáticos de Sistemas Físicos

Sistema Real, Planta

$$(\mathbf{x}^p, \mathbf{y}^p) \qquad p = 1,2,\ldots,P$$

$$\underline{\mathbf{x}}^p \longrightarrow \boxed{\varphi} \longrightarrow \quad \underline{y}^p = \varphi(\underline{x}^p)$$

Modelo, Simulador

$$\underline{\mathbf{x}}^p \longrightarrow \boxed{\tilde{\varphi} \quad \underline{w}} \longrightarrow \quad \underline{\tilde{y}}^p = \tilde{\varphi}(\underline{x}^p)$$

Modelo Matemático

Sistema de equações tal que

saída modelo $\approx$ saída planta

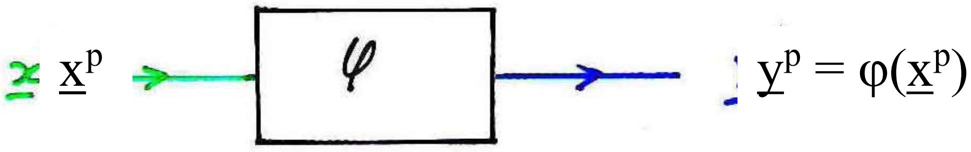
$$\underline{\tilde{y}}^p \cong \underline{y}^p \qquad \forall\ p$$

equações (e seus parâmetros k) minimizam

$$F(k) = \underset{\forall p}{E} \left| \underline{y}^p - \underline{\tilde{y}}^p \right|^2$$

Modelos Fenomenológicos / Numéricos (Neurais)

Sistema à emular



Conhecimento do Sistema

Fenomenológico – equações – modelo caixa branca

Funcional – relação entrada/saída – modelo caixa preta

Pares entrada-saída $(\underline{x}^p, \underline{y}^p)$ $\quad p = 1, \ldots P$

Modelo Fenomenológico

Sistema de equações pré-determinado pela fenomenologia

Precisão das equações ?

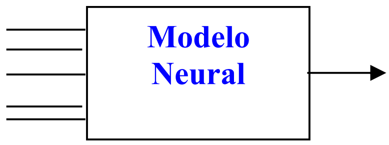
Parâmetros das equações: conhecidos ou

à determinar a partir de dados experimentais

Cognitivo

Precisão ?

Modelo Numérico (Neural)



Sistema de equações:

$$y = \sum tgh(.)$$

aproximador universal

Parâmetros (sinapses) à ajustar

backpropagation $\Delta w = -\alpha \dfrac{\partial F}{\partial w}$ $F(w) = \underset{\forall p}{E} \left| \underline{y}^{p} - \underline{\tilde{y}}^{p} \right|^{2}$

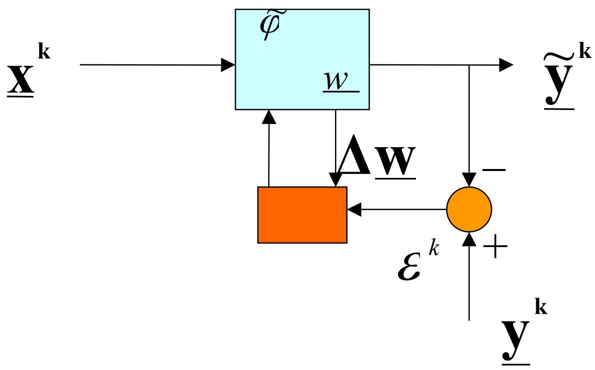
Preciso

Informação fenomenológica ?

Aprendizado

(ou treinamento, ou ajuste de parâmetros)

como um processo de otimização



Aprendizado =
minimização do erro na saída

Erro a minimizar:

$$\varepsilon^{2^k} = \left\| \underline{\mathbf{y}}^{\mathbf{k}} - \underline{\tilde{\mathbf{y}}}^{\mathbf{k}} \right\|^2 = \sum_{l=1}^{m} (\underline{\mathbf{y}}_{\mathbf{l}}^{\mathbf{k}} - \underline{\tilde{\mathbf{y}}}_{\mathbf{l}}^{\mathbf{k}})^2$$

Erro médio quadrático:

$$F_0 = \mathrm{E}(\varepsilon^{2^k}) = \frac{1}{P} \sum_{k=1}^{P} \varepsilon^{2^k}$$

$$\mathrm{F}_0 = \mathrm{E}(\varepsilon^{2^k}) = \mathrm{F}_0(\underline{\mathbf{w}}) \geq 0$$

Treinamento, Aprendizado: Minimizar o erro na saída

Função objetivo à minimizar:

$$\mathrm{F}_0 = \mathrm{E}(\varepsilon^{2^k}) = \mathrm{F}_0(\underline{\mathbf{w}}) \geq 0$$

Problema:

Como encontrar o vetor $\underline{w_0}$ (ou $\underline{k}$) que minimize $F_0(\underline{w})$?

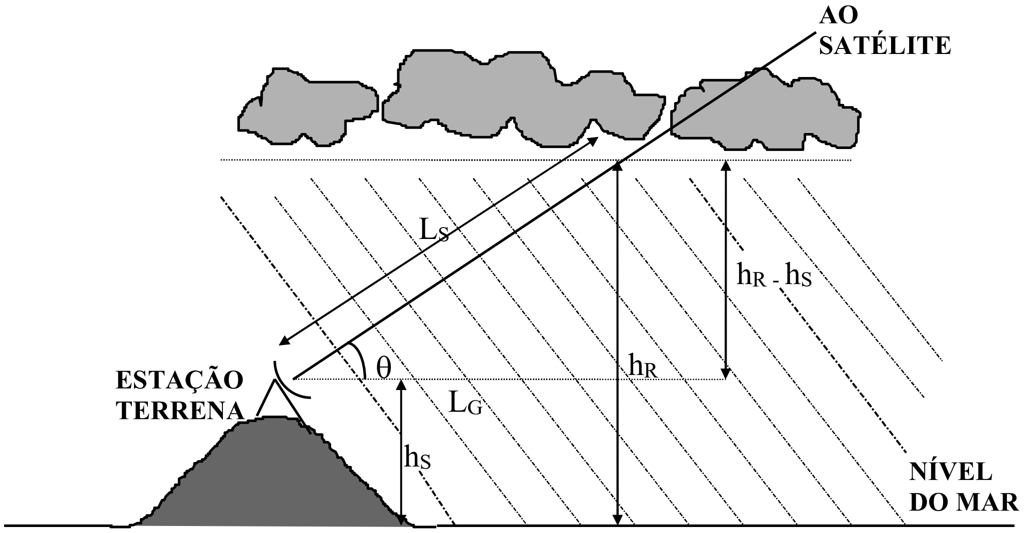
$$\mathrm{F}_0(\underline{\mathbf{w}_0}) \leq \mathrm{F}_0(\underline{\mathbf{w}}) \quad \forall \underline{\mathbf{w}} \neq \underline{\mathbf{w}_0}$$

II - Modelos Fenomenológicos tratados como uma Rede Neural - Ajuste de parâmetros

Modelo Fenomenológico ➡ **Sistema de equações** ➡ **Grafo de Fluxo de Sinais** ➡ **Rede Neural**

Exemplo 1:

Atenuação de sinal em enlace terra-satélite



Modelo UIT-R de Propagação de Sinal Terra - Satélite - Equações

$Z_1 = f(\varphi) = h_R$

$h_R = 5 - .075(\varphi - 23)$
$h_R = 5$
$h_R = 5 + .1(\varphi + 21)$
$h_R = 0$ for $\varphi < -71$

$Z_2 = f(Z_1, h_R, \theta) = L_S$,

$$L_S = \frac{(h_R - h_S)}{\operatorname{sen}\theta} \quad \text{for} \quad \theta \geq 5^0$$

$$L_S = \frac{2(h_R - h_S)}{\left(\operatorname{sen}^2\theta + \frac{2(h_R - h_S)}{R_e}\right)^{1/2} + \operatorname{sen}\theta} \quad \text{else}$$

$Z_3 = f(Z_2, \theta) = L_G = L_S \cos\theta$

$Z_4 = f(f, \tau, \theta, R_{0,01\%}) = \gamma_R = k(R_{0.01\%})^{\alpha}$

$Z_5 = f(Z_3, Z_4, f) =$

$$r_{0.01} = \frac{1}{1 + 0.78\sqrt{\frac{L_G \gamma_R}{f}} - 0.38\left(1 - e^{-2L_G}\right)}$$

$Z_9 = f(Z_4, Z_7, Z_8, f, \theta) =$

$$v_{0.01} = \frac{1}{1 + \sqrt{\operatorname{sen}\theta}\left(31\left(1 - e^{-(\theta/(1+\chi))}\right)\frac{\sqrt{L_R \gamma_R}}{f^2} - 0.45\right)}$$

$Z_{10} = f(Z_7, Z_9) = L_E = L_R v_{0.01}$

$Z_{11} = f(Z_4, Z_{10}) = A_{0.01} = \gamma_R L_E$

$Z_{12} = f(\theta, \varphi, p) = \beta$

if $p \geq 1\%$ or $|\varphi| \geq 36^0$, $\beta = 0$

if $p < 1\%$ and $|\varphi| < 36^0$ and $\theta \geq 25^0$,

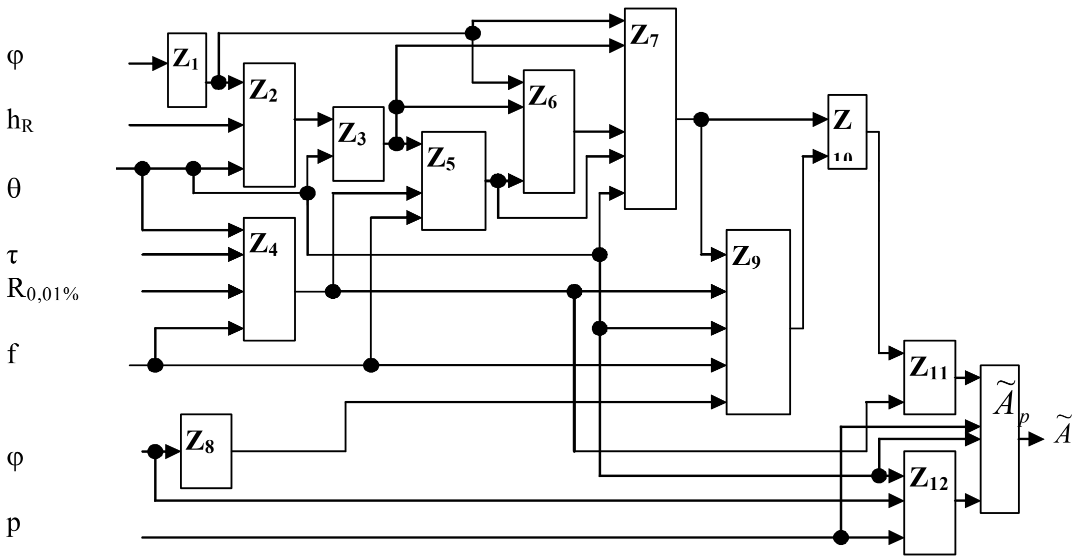
$$\beta = -0.005\left(|\varphi| - 36\right)$$

else, $\beta = -0.005\left(|\varphi| - 36\right) + 1.8 - 4.25 \operatorname{sen}(\theta)$

$$\tilde{A}_p = f(z_{11}, z_{12}, p, \theta) =$$

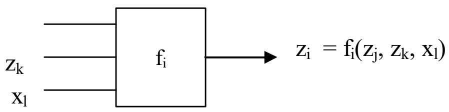
$$= A_{0.01}\left(\frac{p}{0.01}\right)^{-\left(0.655 + 0.033 \ln(p) - 0.045 \ln(A_{0.01}) - \beta(1-p)\operatorname{sen}(\theta)\right)}$$

Modelo UIT-R de Propagação de Sinal Terra - Satélite - Diagrama de Blocos

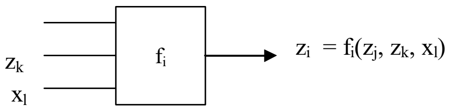


Composto por

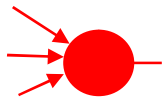
Blocos ou sub-modelos (equações)

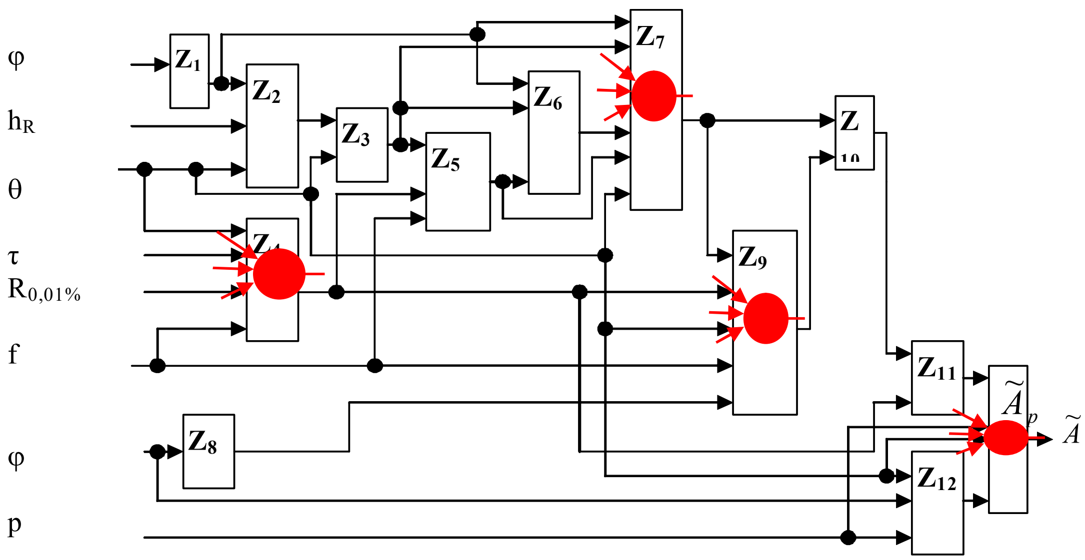


Bloco ou sub-modelo



Neuronio

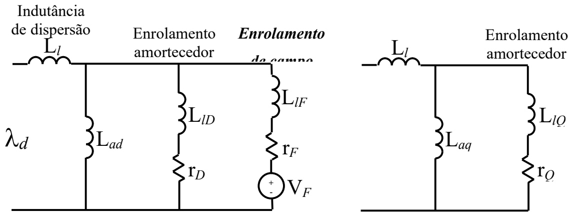


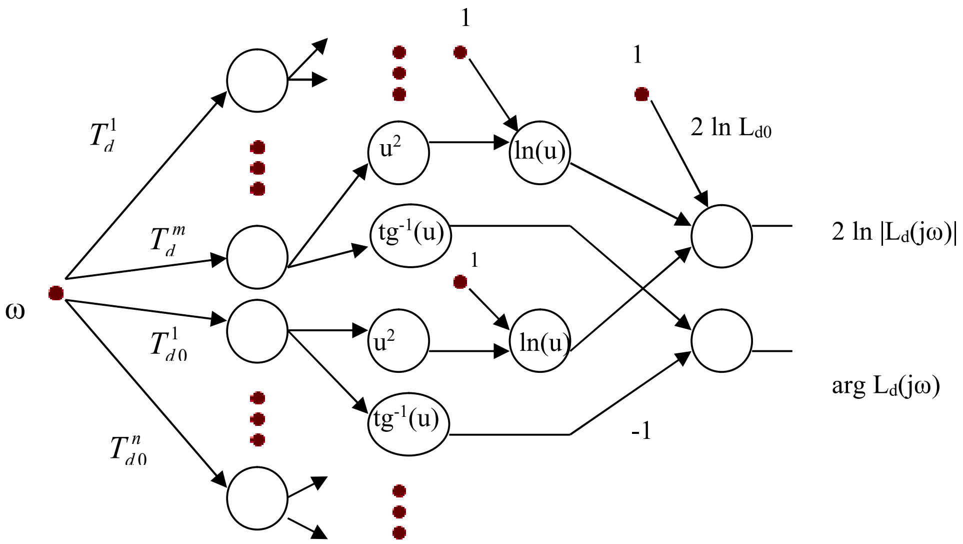


Ex 2: Circuito equivalente de um transformador

$$2\ln\left|L_d(j\omega)\right| = 2\ln L_{d0} + \sum_{j=1}^{m}\ln\left(1+\omega^2 T_d^{j\,2}\right) - \sum_{i=1}^{n}\ln\left(1+\omega^2 T_{d0}^{i\,2}\right)$$

$$\arg\left[L_d(j\omega)\right] = \sum_{j=1}^{m} tg^{-1}\left(\omega T_d^j\right) - \sum_{i=1}^{n} tg^{-1}\left(\omega T_{d0}^i\right)$$





II.1 -Ajuste dos parâmetros do modelo fenomenológico

via retropropagação do erro

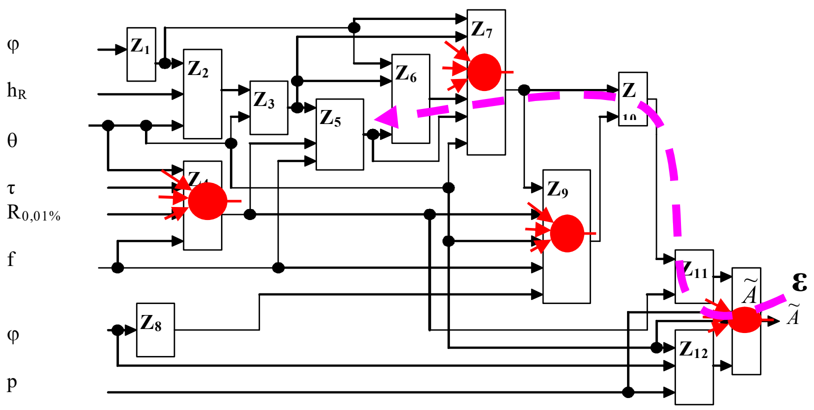
$$F_p = \varepsilon_p^2 = \left(y-\tilde{y}\right)^2$$

$$\tilde{y} = f_1(Z_5)$$

$$Z_5 = f_2(k)$$

$$\Delta k = -\alpha\frac{\partial F_p}{\partial k} = -\alpha\frac{\partial F}{\partial \tilde{y}}\frac{\partial \tilde{y}}{\partial k}$$

$$= 2\alpha\varepsilon\frac{\partial \tilde{y}}{\partial k} = 2\alpha\varepsilon\frac{\partial \tilde{y}}{\partial Z_5}\frac{\partial Z_5}{\partial k}$$



o erro ε na saída do modelo é retropropagado até cada bloco (ou parâmetro) de interesse

$$\frac{\partial \tilde{y}}{\partial k} \quad ou \quad \frac{\partial \tilde{y}}{\partial Z_5}\frac{\partial Z_5}{\partial k}$$

II.2 - Cuidados a tomar no treinamento (ajuste)

II.2.1 – Escalamento das variáveis de entrada, saída e internas

Normalmente não é possível, porque as não linearidades das equações do modelo fenomenológico atuam de forma diversa dependendo do escalamento.

I I.2.2 – Cálculo das derivadas

Os blocos podem apresentar transferências complexas. As derivadas podem ser calculadas analítica ou numéricamente

$$\frac{\partial \tilde{y}}{\partial k} \cong \frac{\Delta \tilde{y}}{\Delta k} \qquad \frac{\partial \tilde{y}}{\partial Z_5} \cong \frac{\Delta \tilde{y}}{\Delta Z_5} \qquad \frac{\partial Z_5}{\partial k} \cong \frac{\Delta Z_5}{\Delta k}$$

Cálculo numérico das derivadas

$$y\left(x_0+\Delta x\right)=y\left(x_0\right)+\Delta y=y\left(x_0\right)+\Delta x\frac{\partial y}{\partial x}+\frac{1}{2}\left(\alpha\,\Delta x\right)^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

$$\Delta y\left(\Delta x\right)\Big|_{x=x_0}=\Delta x\frac{\partial y}{\partial x}+\frac{1}{2}\left(\Delta x\right)^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=$$

$$\Delta y\left(\Delta x\right)\Big|_{x=x_0}=\Delta_I+\Delta_{II} \qquad\qquad Inpar(\Delta x)\;+\;Par(\Delta x)$$

$$\Delta I=\frac{1}{2}\left[y\left(x_0+\Delta x\right)-y\left(x_0-\Delta x\right)\right]$$

cancela a contribuição dos acréscimos de ordem par

$$\Delta II=\frac{1}{2}\left[y\left(x_0+\Delta x\right)+y\left(x_0+\Delta x\right)-2y\left(x_0\right)\right]$$

cancela a contribuição dos acréscimos de ordem impar

II.2.3 - Valores iniciais

Valores iniciais devem ser próximos dos valores esperados. Devido às não linearidades valores iniciais dos parâmetros podem ser críticos, para que a convergência se de para os parâmetros da planta e não para mínimos locais.

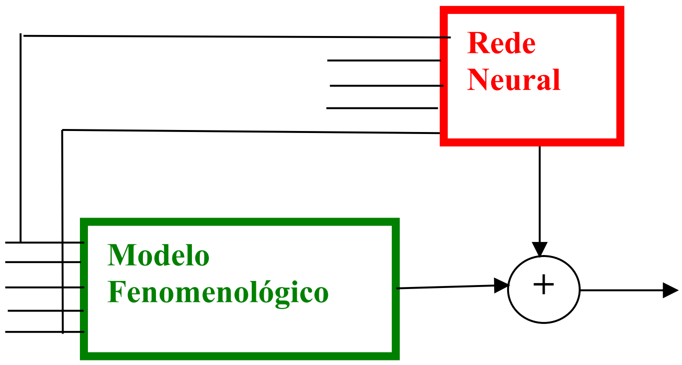
II.2.4 – Passo de treimamento

Deve ser pequeno de forma a garantir que a aproximação de primeira ordem seja válida. A aproximação de 1ª ordem é valida se

$$|\Delta_{II}| \ll |\Delta_I| \qquad \left|\frac{1}{2}(\alpha\,\Delta x)^2\,\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right| \ll \left|\alpha\,\Delta x\,\frac{\partial y}{\partial x}\right|$$

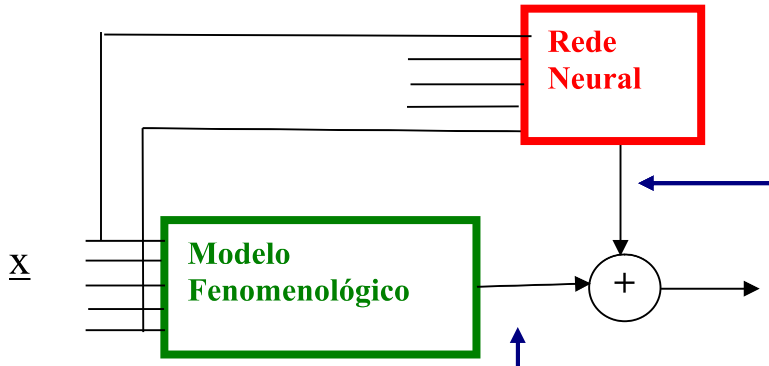
Δ_I e Δ_{II} **podem ser calculados numericamente cf ítem II.2.2 acima. Os passos** α **podem ser diferente para cada variável, de forma a garantir a condição acima.**

III - Modelos Híbridos Neural-Fenomenológicos



Informação do Processo através do Modelo Fenomenológico
+
Precisão numérica através da Rede Neural

Qual a função da RN, como atua ?



$$\underline{o}_{rn} \approx -\underline{\varepsilon}_f$$

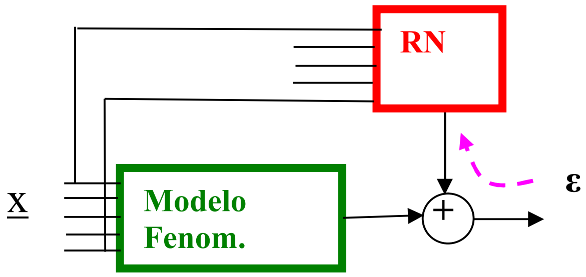
$$\underline{o}_{rn} = -\underline{\varepsilon}_f + \underline{\varepsilon}_{rn} \quad onde \quad \left|\underline{\varepsilon}_{rn}\right| << \left|\underline{\varepsilon}_f\right|$$

$$\underline{\tilde{y}} = \underline{y}_f + \underline{\varepsilon}_{rn}$$

$$\underline{\tilde{y}}_f = \underline{y}_f + \underline{\varepsilon}_f$$

Corrigindo o erro do modelo fenomenológico

Como treinar a Rede Neural ?



1 - propagação do sinal para a frente: os dois blocos (modelo fenomenológico e rede neural) atuam

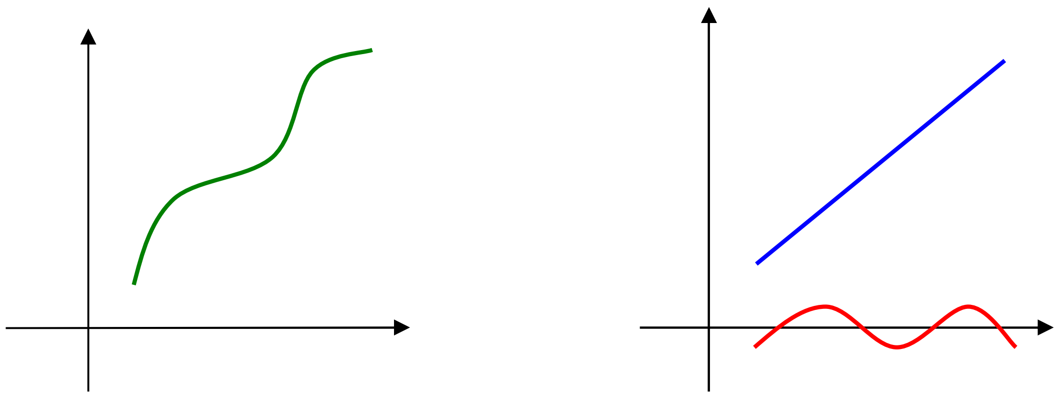
2 - erro na saída do sistema completo $\varepsilon = y - \tilde{y} = y - \left(\tilde{y}_f + o_{rn}\right)$

3 - erro retropropagado para a saída da RN = erro na saída do sistema completo, ε

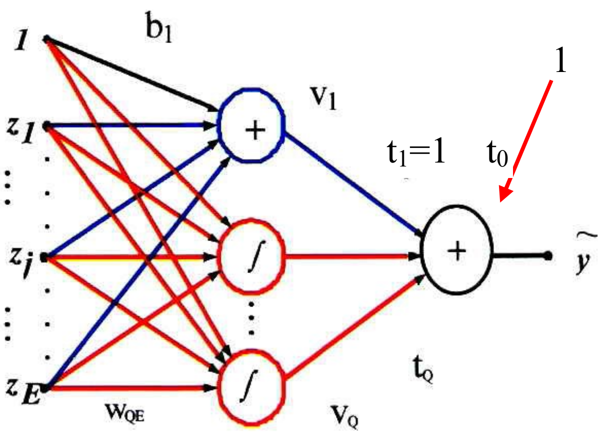
III.1 - Um caso particular:

Sistemas com Não Linearidades Fracas

Modelo linear (fenomenológico ?) + complemento não linear



Modelo linear + complemento não linear



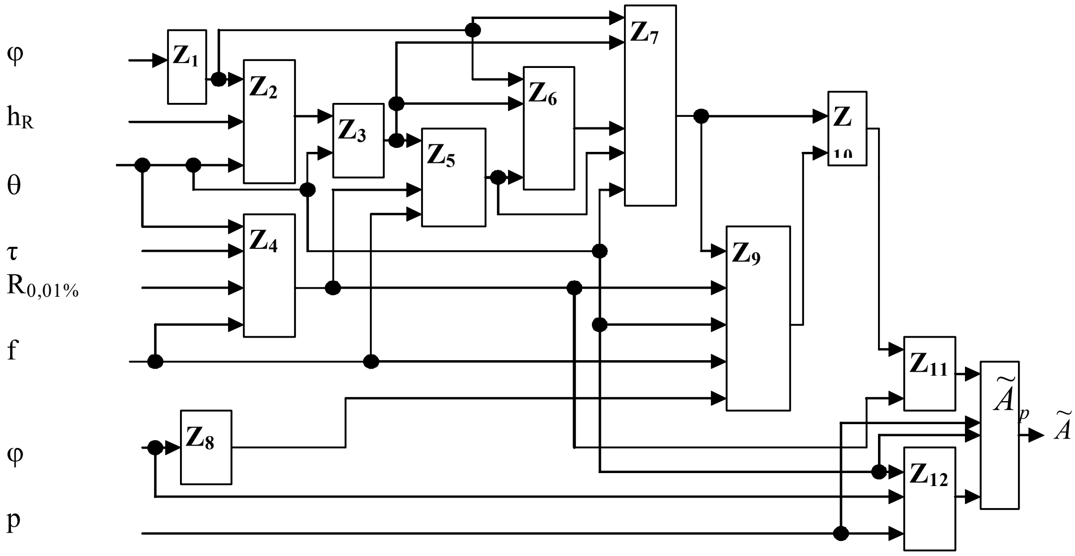
1 - Fazer as sinapses vermelhas nulas. Treinar apenas as sinapses azuis. $t_1=1$

2- Congelar as sinapses azuis. Treinar as sinapses vermelhas (com as azuis atuando).

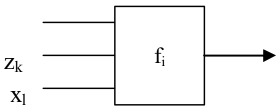
IV Sub-modelos Híbridos Neural-Fenomenológicos

Modelos Fenomenológicos tratados como uma Rede Neural

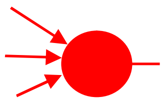
Modelo Fenomenológico → **Sistema de equações** → **Diagrama de Blocos** → **Rede Neural**

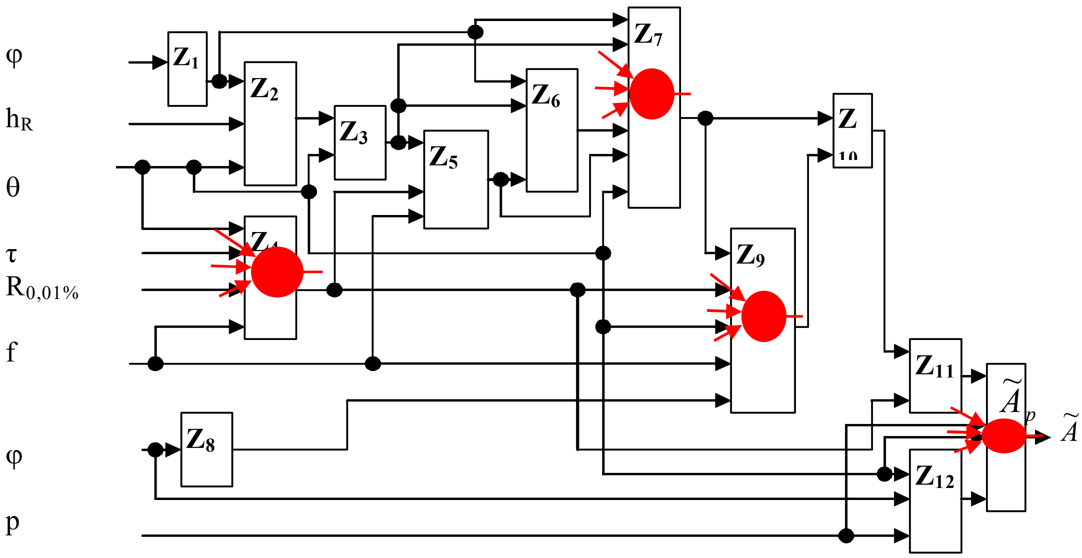


Modelo é composto por blocos ou sub-modelos → ou "neuronios"



$z_i = f_i(z_j, z_k, x_l)$





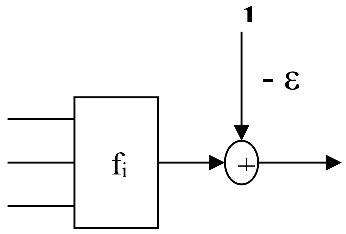
No modelo fenomenológico

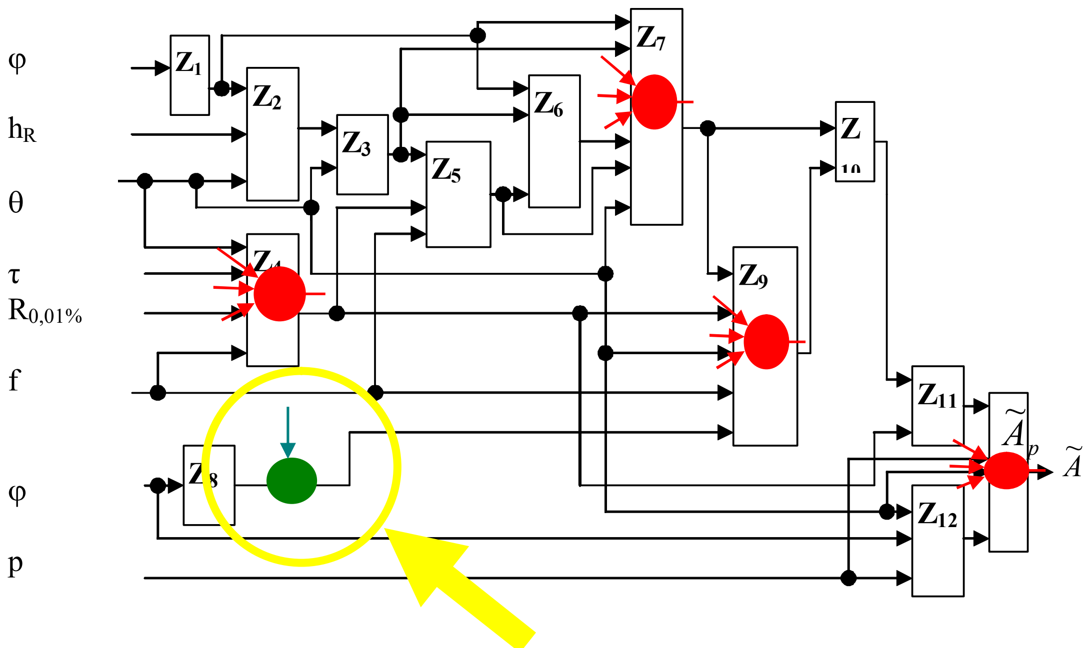
o erro varia de bloco para bloco.

Como identificar os blocos com os maiores erros ?

Bloco com Block with

sinapses "mágicas" para correção do erro

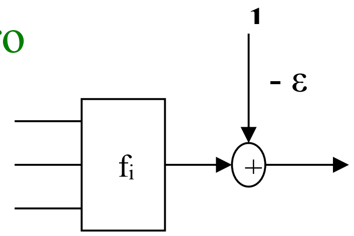




Critério para erro do bloco:

$$\sigma_i = \sigma \left[\delta_i(p) \right]$$

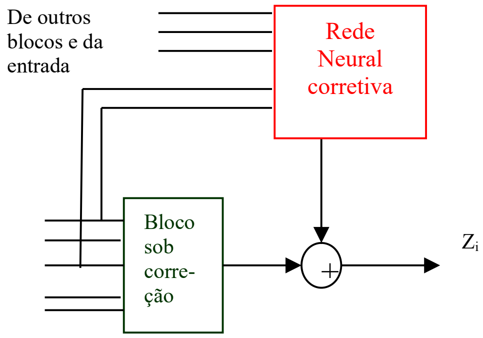
Bloco com uma
sinapse "mágica" para correção do erro



Bloco com uma
rede neural para correção do erro.

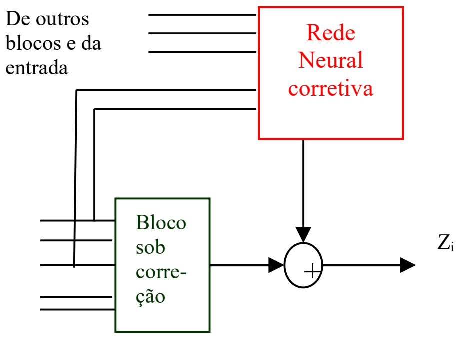
Que variáveis usar
como entrada da RN ?

– correlatas com o erro do bloco



O erro do bloco vem de:

Função de transferência do bloco incorreta



- o erro do bloco está correlacionado com algumas entradas do próprio bloco

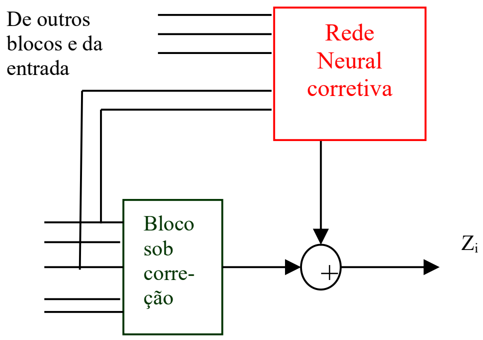
- use estas entradas na RN corretiva

Falta informação na entrada do bloco

- o erro do bloco não esta correlacionado com as entradas do bloco

- teste outras variáveis disponiveis quanto à correlação com o erro do bloco. Se a correlação existe, use estas variáveis na entrada da rede neural de correção do bloco

Entradas da RN corretiva do bloco



- entradas do próprio bloco

  – **correlatas com o erro do bloco**

- outras variáveis disponíveis quando do cálculo do bloco

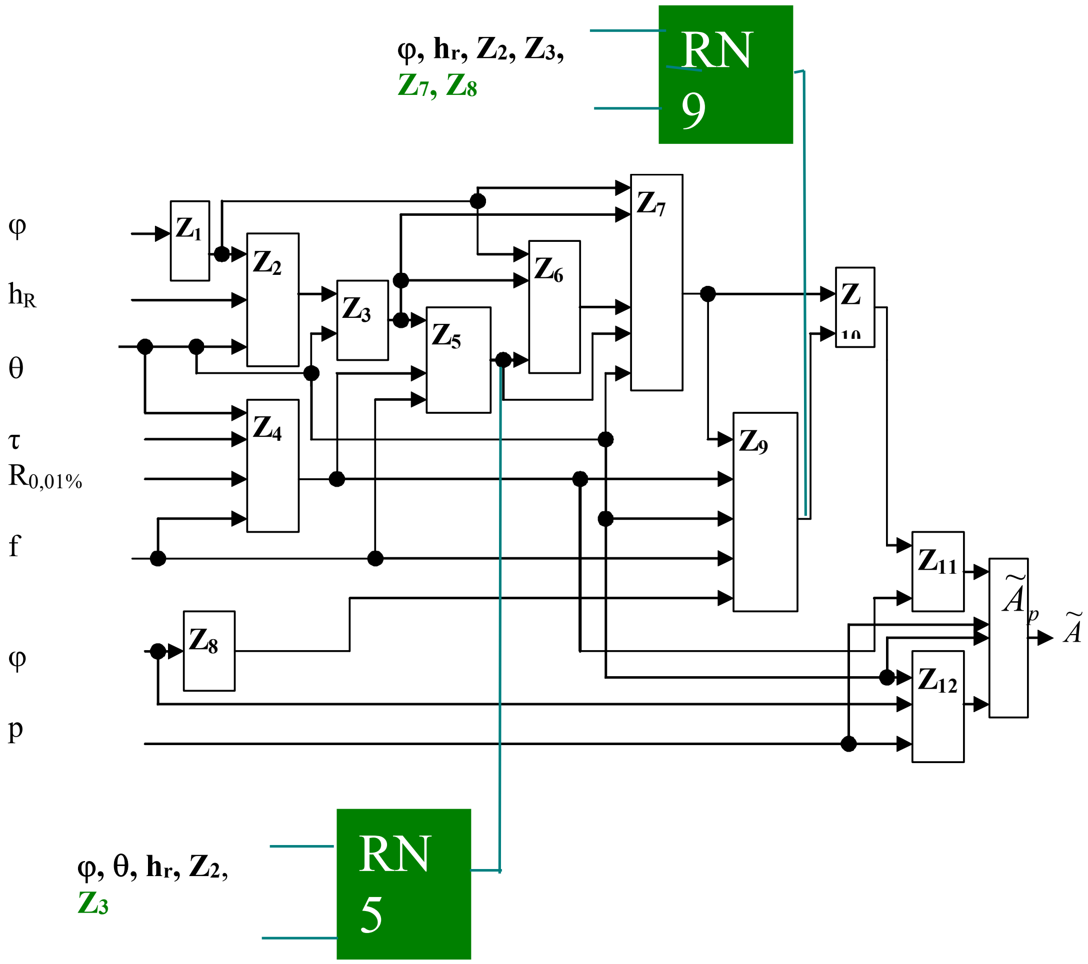
  – **correlatas com o erro do bloco**

ERROS DOS SUBMODELOS

VARIÂNCIA DO ERRO RETROPROPAGADO (δ_I) PARA CADA SUB-MODELO

Bloco	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
σ_i^2	0,17	0,07	0,09	0,57	**1,09**	0,00	0,13	0,01	**0,97**	0,16	0,13	0,49

A tabela acima evidencia que **os sub-modelos 5 and 9 são os críticos.**

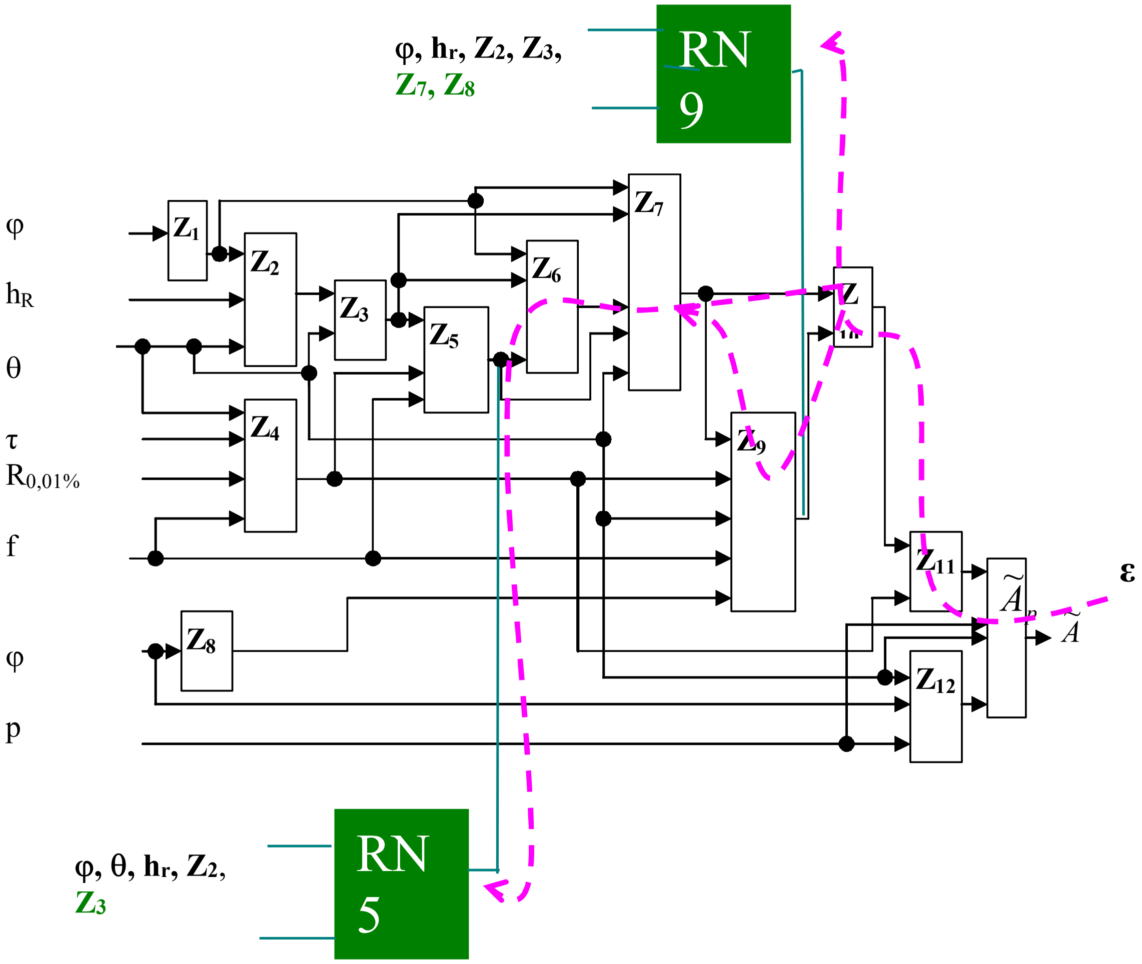


Treinamento das RN's

1 - como no caso do modelo híbrido, na propagação do sinal para a frente todos os blocos (sub-modelos fenomenológicos e redes neurais locais) atuam

2 - o erro a ser minimizado é o erro na saída do sistema completo ε

3 - como no caso de ajuste dos parâmetros do modelo fenomenológico, o erro ε é retropropagado para a saída de cada RN, e daí para cada sinapse da mesma. As derivadas podem ser calculadas analítica ou numéricamente

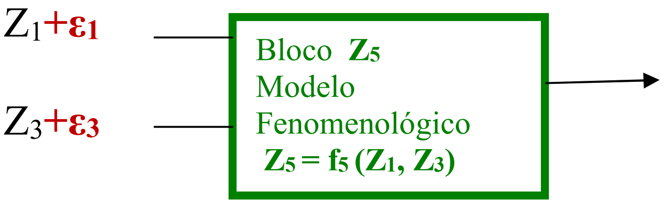


RESULTADOS

ERRO RELATIVO RMS (%) PARA TODOS OS PARES.

Modelo	Fenom. UIT-R	Híbrido UIT-R-Neural	Neural
Erro	32	22	20

E a propagação do erro de um bloco para os blocos à frente ?



$$Z_5 = f\left(Z_1, Z_3\right) + \varepsilon_1 \frac{\partial Z_5}{\partial Z_1} + \varepsilon_3 \frac{\partial Z_5}{\partial Z_3} + \varepsilon_5$$

Como formalizar o equacionamento ? **Em aberto.**