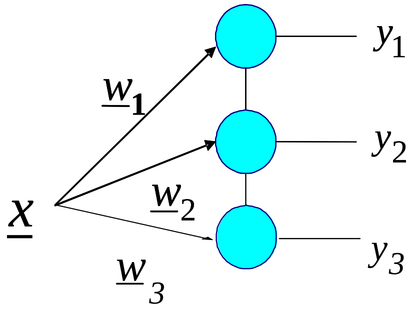
CPE 722 - 2ª série de exercícios - Treinamento

1 – Para a camada de Kohonen abaixo, em treinamento não supervisionado simples com passo $\alpha = 0{,}1$ e

$\underline{\mathbf{w}}_1 = [\,0{,}50 \;\; 0{,}50 \;\; 0{,}71]^t$

$\underline{\mathbf{w}}_2 = [\,0{,}30 \;\; 0{,}60 \;\; 0{,}74]^t$

$\underline{\mathbf{w}}_3 = [\,0{,}30 \;\; 0{,}30 \;\; 0{,}91]^t$



é apresentada a entrada $\underline{\mathbf{x}} = [0{,}40 \;\; 0{,}50 \;\; 0{,}77]^t$ Quais os novos valores das sinapses após a atualização ?

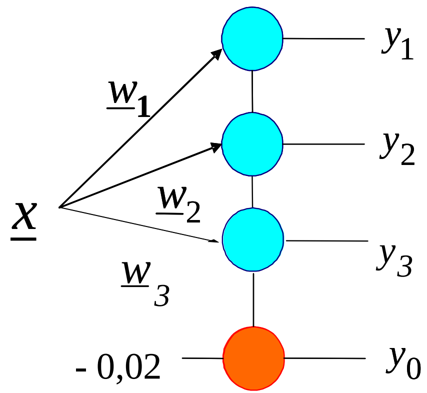
2 – A rede ART abaixo recebe um treinamento com α = 0,1, iniciado com a seguinte sequência de entradas:

$\underline{\mathbf{x}}_1 = [\ 0{,}550\ \ 0{,}500\ \ 0{,}669]^t$

$\underline{\mathbf{x}}_2 = [\ 0{,}500\ \ 0{,}500\ \ 0{,}707]^t$

$\underline{\mathbf{x}}_3 = [\ 0{,}400\ \ 0{,}400\ \ 0{,}825]^t$

$\underline{\mathbf{x}}_4 = [\ 0{,}500\ \ 0{,}500\ \ 0{,}707]^t$



a – Apresente os valores das sinapses ao longo dos cinco passos de treinamento.

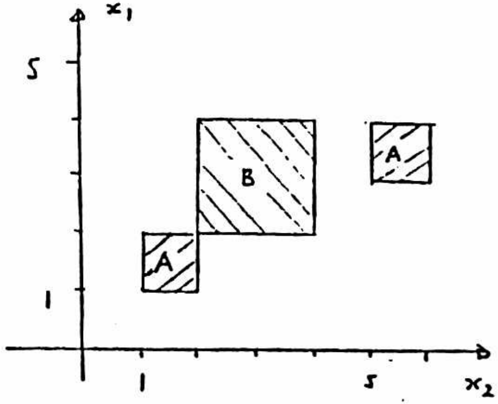
b – Se a ordem de apresentação das entradas for alterada os vetores sinapse após os quatro passos de treinamento podem ser diferentes ?

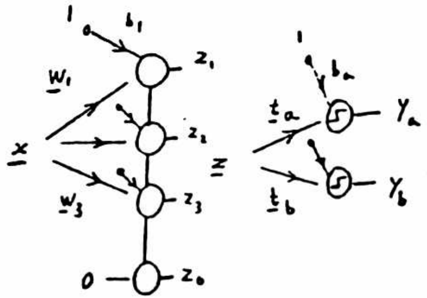
Se sim, isto ocorre sempre ? Se não, isto nunca ocorre ?

3 - Um neurônio tipo $\tilde{y} = \text{sign}(u)$, $u = \underline{w}^t \underline{x} + b$, recebe uma entrada $\underline{x} = [x_1 \ x_2 \ \ldots \ x_n]^t$ onde $x_i \in \{-1, 1\}$. Este neurônio deve separar o vértice do hipercubo "lógico" $[-1 \ +1 \ -1 \ +1 \ \ldots \ (-1)^n]$ **e seus adjacentes** (isto é, que só tem uma componente diferente) dos demais vértices. Calcule o vetor sinapse $\underline{w}$ e a polarização b. Obs.: Este neurônio realiza um separador esférico (ver exercício 6 da série 1).

Obs: $$sign(u) = \begin{cases} 1 & se \quad u \geq 0 \\ -1 & se \quad u < 0 \end{cases}$$

4 - As duas classes A e B na figura abaixo devem ser separadas pela rede counterpropagation abaixo da forma mais eficiente possível. Os neurônios da segunda camada são do tipo $\tilde{y} = \text{sign}(u), \quad u = \underline{w}^t \underline{x} + b$. Projete a rede.





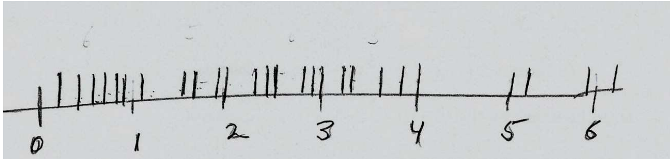
5 – Os oito elementos à classificar apresentados a seguir são uni-dimensionais:

-3,2 -3,0 -0,7 0,0 0,8 2,0 2,4 2,9

O classificador é uma rede ART não supervisionada. Estime o raio de similaridade e o número de neurônios a serem utilizados.

****

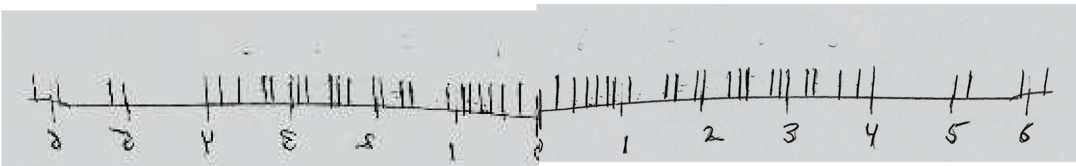
histograma p(d) r_0 φ



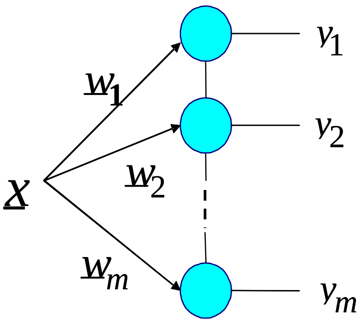
$2\sigma_d \sim 1.2 \quad \sigma_d \sim 0{,}6 \quad \sigma \sim .4$

$r_0 \sim 3\sigma \sim 1.2 \quad 2r_0 \sim 2{,}5$

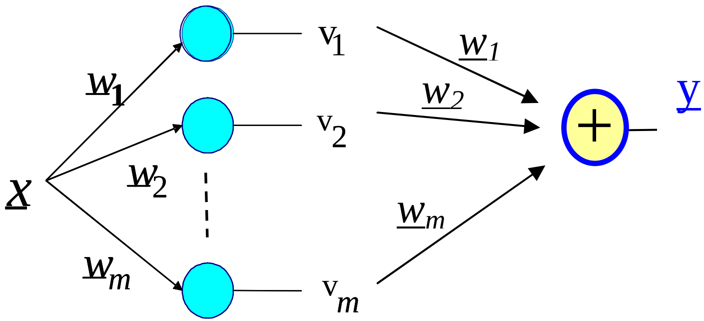
$\varphi \sim 6 \qquad\qquad P \sim \varphi/2r_0 \sim 3$



6 - Considere uma rede counterpropagation usada como um aproximador.



Rede em treinamento



Rede em operação

Inicialmente a camada de Kohonen é treinada e são determinados os vetores sinapse $\underline{w}_i$. Em seguida, para operação, são feitas as seguintes alterações:

(a) cada neurônio passa a operar de forma independente dos demais, com função de excitação u e função de ativação v definidas abaixo e

(b) um somador vetorial é adicionado para produzir a saída y também definida abaixo

$$u_i = -\left|\vec{x} - \vec{w}_i\right|^2 \quad e \quad v_i = \begin{cases} 0 & se \ \sqrt{-u_i} \geq d_0 \\ 1 - \dfrac{\sqrt{-u_i}}{d_0} & se \ \sqrt{-u_i} \leq d_0 \end{cases} \qquad \vec{y} = \frac{\sum_{i=1}^{m} v_i \, \vec{w}_i}{\sum_{i=1}^{m} v_i}$$

Descreva e interprete $\underline{y}$ em função da distância d_i da entrada $\underline{x}$ a cada padrão $\underline{w}_i$, $d_i = \left| \underline{x} - \underline{w}_i \right|$.

7 – Repita o exemplo de passo de treinamento SOM da apostila para a entrada x = .80

****

N_i, i =	1	2	3	4	5	6	7	8
w_i (100)=	.2	.5	.8	.9	.1	.5	.6	.2

cálculos auxiliares:

para n=100

$$\sigma(100)=\sigma_0\exp\left(-\frac{n}{\tau_h}\right)=1.6\exp\left(-\frac{100}{2000}\right)=1.59$$

$$h_j(100)=\exp\left(-\frac{m_j^2}{2\sigma^2(n)}\right)=\left(\exp\left(-\frac{1}{2(1.59)^2}\right)\right)^{m_j^2}=(.82)^{m_j^2}=\begin{cases}1.0 & m_j=0\\ .82 & m_j=1\\ .45 & m_j=2\\ .16 & m_j=3\\ .04 & m_j=4\\ \cong 0 & m_j\geq 5\end{cases}$$

$$\alpha(100)=\alpha_0\exp\left(-\frac{n}{\tau_\alpha}\right)=0.1\exp\left(-\frac{100}{1000}\right)=0.09$$

Passo (ação) 1 - Competição no espaço de entrada: x = .8

N_i, i =	1	2	3	4	5	6	7	8
w_i (100)=	.2	.5	.8	.9	.1	.5	.6	.2

$u_i = -|x - w_i|^2$ $\qquad u_3 > u_j \;\; \forall \;\; j = 1,2,4,5,6,7,8$ $\qquad$ **N_3 vencedor**

Passo (ação) 2 – Valores de m e h para os vizinhos de N_5 no mapa

N_i	1	2	3	4	5	6	7	8
m_i	2	1	0	1	2	3	4	5
h_i	.45	.82	1	.82	.45	.04	0	0

Passo (ação) 3 - Atualização das sinapses no espaço de entrada

$$\vec{w}_j(101) = \vec{w}_j(100) + \alpha(100)\, h_j(100)\left\{\vec{x} - \vec{w}_j(n)\right\} \qquad \forall\ j$$

$$= \vec{w}_j(100) + .09\ h_j\left\{.8 - w_j(100)\right\}$$

N_i	1	2	3	4	5	6	7	8
$w_{i\ antigo}$	.2	.5	.8	.9	.1	.5	.6	.2
$w_{i\ novo}$			.8					

- todas as sinapses alteradas se aproximaram da entrada x = .8 <u>e entre si.</u>

- sinapses próximas do neurônio vencedor são mais afetadas

- sinapses (e estruturas) distantes praticamente não se alteram

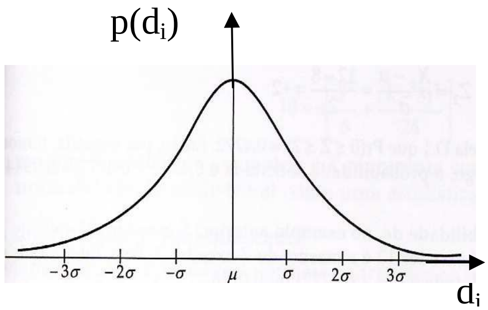
8 – Considere um conjunto de elementos com dimensão 10, cujas componentes foram normalizadas para ter média nula. O histograma das distâncias entre elementos do conjunto apresenta distância máxima da ordem de 20 e o desvio padrão da "gaussiana" centrada na origem aproximadamente 1,5. Determine os parâmetros e equações para construir e treinar um SOM unidimensional para este conjunto.

****

$\sigma_d = \sqrt{2}\,\sigma_i = 1{,}5 \qquad \sigma_i = 1$

$r_0 = 2$

$$P \geq \frac{\varphi}{2r_0} = \frac{20}{2} = 10$$



9 – Os oito elementos à classificar apresentados a seguir são uni-dimensionais:

-3,2 -3,0 -0,7 0,0 0,8 2,0 2,4 2,9

O classificador é uma rede SOM unidimensional não supervisionada, treinada pelo método de Kohonen. Estime os parâmetros P, σ_0 e τ_n a serem utilizados.

*****

do exercício 5

$r_0 \sim 1{,}2$ $\varphi \sim 6$ $P > \varphi/2r_0 = 3$ arbitramos $P = 6$

$$\sigma_0 \approx 0.2P = 1.2 \qquad \tau_h = \frac{1000}{\ln \sigma_0} \approx 5.500$$

10 – A função de vizinhança abaixo deve cobrir toda a extensão do mapa com PxQ neurônios no início do treinamento (n = 1) e evoluir continuamente durante a fase de organização tal que no fim desta fase (n = 100) treine apenas o neurônio vencedor, mantendo-se assim por toda a fase de convergência (n > 100). Escreva uma expressão analítica para h(m,n)