

Otimização da Estrutura - Poda

Algoritmos destrutivos – Pruning ou Poda

- Inspeção

Treinar a rede (sem saturar - paralisar)

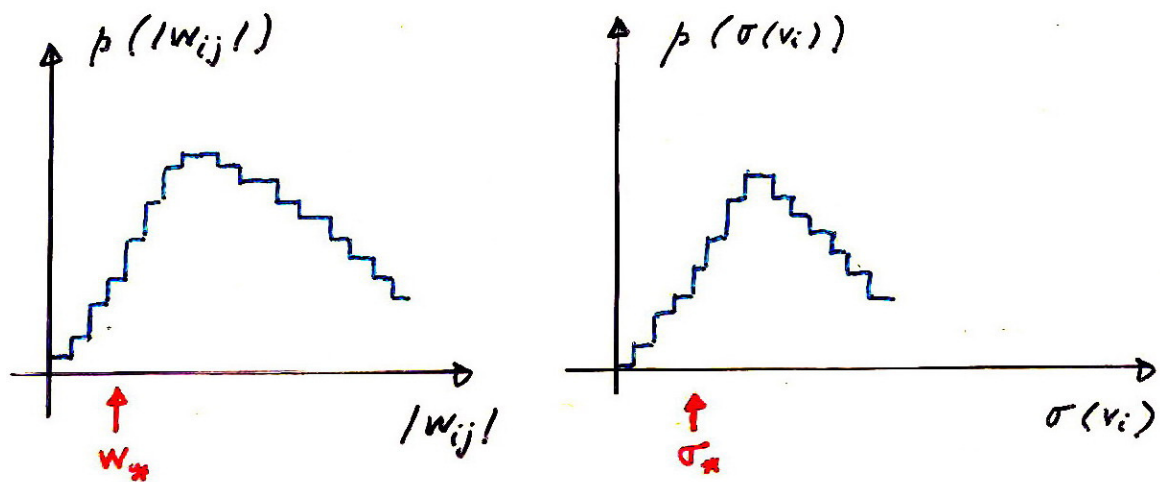
Eliminar - sinapses pequenas $|w_{ij}| < w_*$

- neurônios da camada intermediária com pouca variância na saída v_i

$$\sigma(v_i) < \sigma_*$$

Retreinar para "ajuste fino"

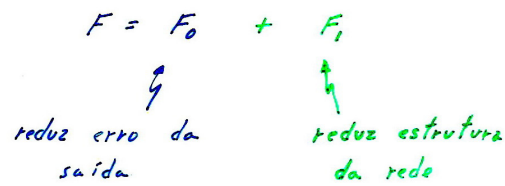
Retornar a eliminação



Pouco eficiente, a rede "distribui" o processamento!

Alterando a função objetivo

$$F = F_0 + F_1$$



Otimização de soma

$$\Delta \underline{W} \Rightarrow \Delta F = \Delta F_0 + \Delta F_1 < 0$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} \Delta F_0 \leq 0 & \Delta F_1 < 0 \quad * \\ \Delta F_0 < 0 & \Delta F_1 > 0 \\ \Delta F_0 \geq 0 & \Delta F_1 < 0 \quad * \end{array} \right.$$

$$F = F_0 + F_1$$

- Reduzindo sinapses

$$F = F_0 + \gamma \sum_{i,j} w_{ij}^2$$

$$\frac{\partial F}{\partial w_{ij}} = \frac{\partial F_0}{\partial w_{ij}} + 2\gamma w_{ij}$$

$$\Delta w_{ij} = -\alpha \frac{\partial F}{\partial w_{ij}} = -\alpha \frac{\partial F_0}{\partial w_{ij}} - 2\alpha \gamma w_{ij}$$

$$\Delta w_{ij} = \Delta w_{ij, BP} - 2\alpha \gamma w_{ij}$$

$$w_{ij, \text{ novo}} = (1 - 2\alpha \gamma) w_{ij, \text{ anterior}} + \Delta w_{ij, BP}$$

$|W_{ij}| < \text{Min} \Rightarrow \text{eliminar } W_{ij}$
 $(W_{ij} = 0)$

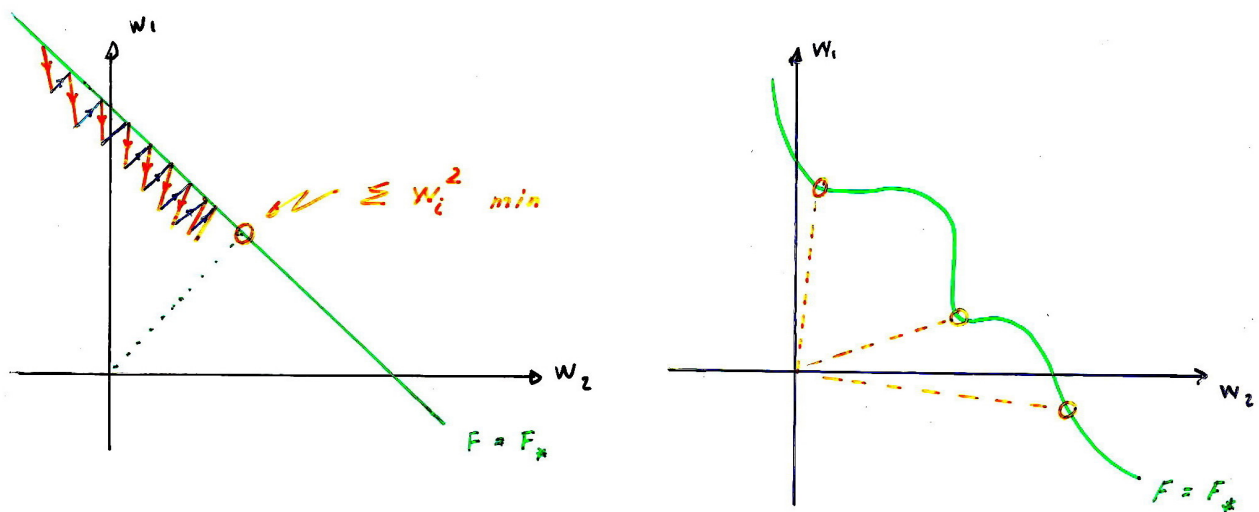
$\gamma ?$

$\gamma \ll$ não elimina sinapses

$\gamma \gg$ não minimiza F_0

$\Rightarrow$ Redes Bayesianas

Evolução geométrica do processo



$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_0 + \gamma \mathbf{F}_1$$

Critério para γ

$$\left| \frac{\Delta W}{F_0} \right| \approx \left| \frac{\Delta W}{F_1} \right|$$

$$|\underline{\Delta w}_{F_0}| \simeq |\underline{\Delta w}_{F_i}|$$

$$|\underline{\Delta w}_{F_0}| = \alpha |\underline{\nabla}_{F_0}| = |\underline{\Delta w}_{BP}|$$

$$\Delta w_{ij_{F_i}} = -2\alpha \gamma w_{ij}$$

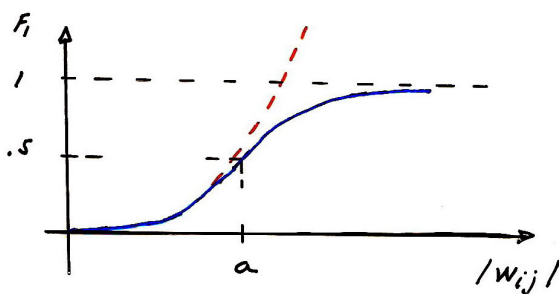
$$\begin{aligned} |\underline{\Delta w}_{F_i}| &= 2\alpha \gamma |\underline{w}| \\ &= 2\alpha \gamma \left(\sum_{ij} w_{ij}^2 \right)^{1/2} \end{aligned}$$

$$|\underline{\Delta w}_{BP}| \simeq 2\alpha \gamma |\underline{w}|$$

$$\gamma \simeq \frac{|\underline{\Delta w}_{BP}|}{2\alpha |\underline{w}|}$$

Reduzindo as menores sinapses

$$F = F_0 + \gamma \sum_{ij} \frac{w_{ij}^2}{a^2 + w_{ij}^2}$$



a ?

$$a \simeq \mu_{|w_{ij}|}$$

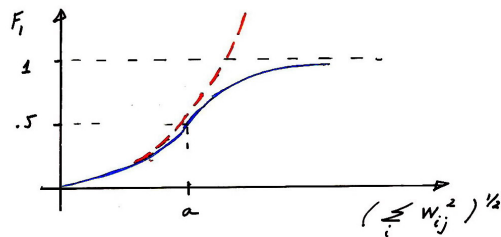
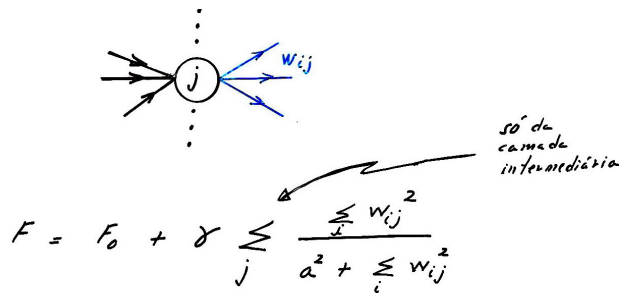
$$\Delta w_{ij} = \Delta w_{ij_{BP}} - 2\alpha \gamma \frac{a^2 w_{ij}}{(a^2 + w_{ij}^2)^2}$$

γ ?

se $|w_{ij}| < w_{\min \text{ sinapse}}$ eliminar w_{ij}

$$|\underline{\Delta w}_{BP}| \simeq |\underline{\Delta w}_{F_i}|$$

Eliminando neurônios da camada intermediária



a ?

$$a^2 \approx |\underline{w}_j|^2 \approx m \mu_{|w_{ij}|^2}$$

de 2ª camada
 m : nº sinapses de saída / neurónio
 $=$ nº saídas da rede
 $= \dim[Y]$

$$\Delta w_{ij} = \Delta w_{ij}^{BP} - 2\alpha \gamma \frac{a^2 w_{ij}}{(a^2 + \sum_i w_{ij}^2)^2}$$

γ ?

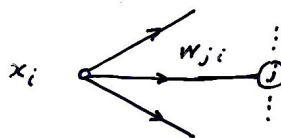
$$|\Delta \underline{w}_{BP}| \approx |\Delta \underline{w}_{F_i}|$$

2ª camada

se $|\underline{w}_i| < w_{\min \text{ neurônio}}$ **eliminar $\underline{w}_i$**

Reduzindo entradas (alternativa à relevância)

- Prunning



$$F = F_0 + \gamma \sum_i \frac{\sum_j w_{ji}^2}{a^2 + \sum_j w_{ji}^2}$$

1ª camada
 só da camada de entrada

$$\Delta w_{ij} = \Delta w_{ij}^{BP} - 2\alpha \gamma \frac{a^2 w_{ij}}{(a^2 + \sum_j w_{ji}^2)^2}$$

se $|\underline{w}_i| < w_{\min \text{ entradas}}$ **eliminar $\underline{x}_i$**

$$a^2 \approx |\underline{w}_i|^2 \approx m \mu_{|w_{ji}|^2}$$

m : nº neurónios da 1ª camada intermediária
 da 1ª camada

γ

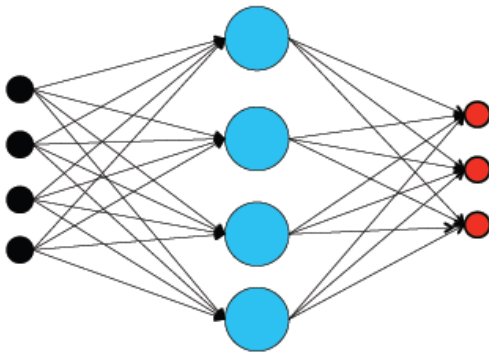
Poda e saturação para criação de regras lógicas

Exemplo: Íris

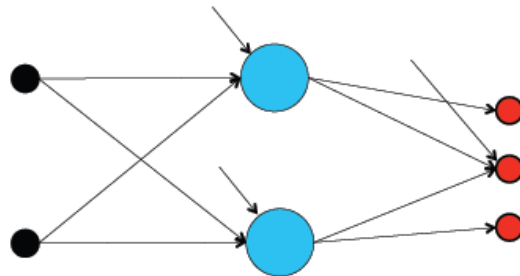


Entradas:	Saídas
largura da sépala	Íris setosa
comprimento da sépala	Íris versicolor
largura da pétala	Íris virgínica
comprimento da pétala	

A rede inicial e a rede podada e saturada

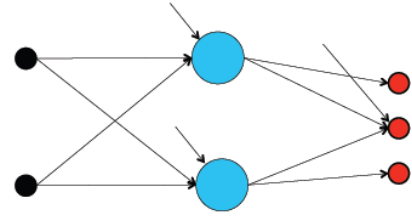


rede inicial



rede podada e saturada

**regras lógicas baseadas
diretamente nas sinapses:**



1. Se $1,13 \text{ largura pétala} + 2,88 \text{ comprimento pétala} < 5,279$ → setosa
2. Se: $1,29 \text{ largura pétala} + 1,12 \text{ comprimento pétala} < 10,36$ → virgínica
3. Versicolor em outros casos.

regra lógica refeita (denormalizada e aproximada):

1. Se: $\text{largura da pétala} + \text{comprimento da pétala} < 5$ → setosa
2. Se: $\text{largura da pétala} + \text{comprimento da pétala} < 10$ → virgínica
3. Versicolor em outros casos.