

CPE 722 exercícios
1ª série de exercícios
Entrega: 08/10/2010

Obs: A resolução (e o documento entregue) pode ser em grupo. Mas como série visa operar e consolidar os conceitos, é importante que cada um tente entender o problema e encontrar a sua solução.

1 – Os nove elementos à classificar apresentados a seguir são uni-dimensionais:

-3,2 -3,0 -0,7 0,0 0,8 2,0 2,4 2,9

1.1 - Calcule a média m e a dissimilaridade total F_0 do conjunto de elementos.

1.2 - Classifique os elementos usando um classificador k-means cujos três padrões iniciais são $-3,0$ $-0,7$ e $2,0$. Calcule o F_{in} e F_{out} obtidos a partir de suas fórmulas de definição, comprovando que sua soma é igual ao F_0 calculado anteriormente.

1.3 – Para a classificação obtida em 1.2 calcule a dispersão intra-classes pelo critério a) do vizinho mais próximo; b) do vizinho mais distante; c) da distância média entre elementos e d) da distância entre os baricentros.

1.4 - A partir do classificador obtido em 1.2 reduza o número de classes de uma unidade usando um algoritmo associativo. Que classes você escolhe para associar, e qual os F_{in} e F_{out} após a associação ?

1.5 – A partir do classificador obtido em 1.2 aumente o número de classes de uma unidade usando um algoritmo dissociativo. Que classe você escolhe para dissociar, e qual os F_{in} e F_{out} após a dissociação ?

1.6 – A partir dos resultados acima é possível concluir algo a respeito do nível do “agrupamento natural ótimo” ?

2 – Em uma camada de Kohonen o padrão \vec{w}^i da classe C_i deve ser tal que minimize o valor esperado da distância das entradas pertencentes a C_i à \vec{w}^i , e maximize o valor esperado da distância à \vec{w}^i das entradas não pertencentes a C_i . Para tanto é proposto minimizar a função objetivo:

$$F_i = \gamma \mathop{E}_{\forall \vec{x}^j \in C_i} \|\vec{x}^j - \vec{w}^i\|^2 - (1 - \gamma) \mathop{E}_{\forall \vec{x}^j \notin C_i} \|\vec{x}^j - \vec{w}^i\|^2, \quad 0 < \gamma < 1$$

Calcule \vec{w}^i minimante de F_i em função de

$$\vec{m}^k = \mathop{E}_{\forall \vec{x}^j \in C_k} \vec{x}^j, \quad k = 1, 2, \dots \text{ e } \vec{m} = \mathop{E}_{\forall \vec{x}^j} \vec{x}^j$$

Obs: Se quiser, mostre que é possível trabalhar com cada componente dos vetores separadamente, e use esta propriedade.

3 - Mostre que a equação do plano separador entre duas classes cujos centros são \underline{w}_1 e \underline{w}_2 pelo critério do padrão mais próximo (critério 1) é

$$2 \underline{x}^t (\underline{w}_1 - \underline{w}_2) + |\underline{w}_1|^2 - |\underline{w}_2|^2 = 0$$

Obs: \underline{x}^t é o transposto de \underline{x}

4 – Mostre que a dispersão média intra classe da classe C_i classificada por uma camada de Kohonen pode ser calculada por

$$\sigma_i^2 = - \frac{\sum_{\forall \bar{x}} y_i u_i}{\sum_{\forall \bar{x}} y_i}$$

note que os somatórios são sobre todos os elementos à classificar (e não apenas sobre os da classe C_i).