

Uso de Redes Neurais

em Modelagem de Sistemas

I - Modelos Matemáticos de Sistemas Físicos

Sistema Real, Planta

$$(\underline{\mathbf{x}}^p, \underline{\mathbf{y}}^p) \quad p = 1, 2, \dots, P$$



Modelo, Simulador



Modelo Matemático

Sistema de equações tal que

saída modelo $\approx$ saída planta

$$\underline{\tilde{y}}^p \cong \underline{y}^p \quad \forall p$$

equações (e seus parâmetros $\mathbf{k}$) minimizam

$$F(\mathbf{k}) = E_{\forall p} \left| \underline{y}^p - \underline{\tilde{y}}^p \right|^2$$

Modelos Fenomenológicos e Numéricos (Neurais)

Modelo Fenomenológico



Sistema de equações pré-determinado pela fenomenologia

Precisão das equações ?

Parâmetros das equações: conhecidos ou

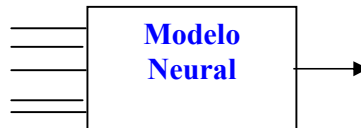
à determinar a partir de dados

experimentais

Cognitivo

Precisão ?

Modelo Neural



Sistema de equações:

$$y = \sum tgh(.) \quad \text{aproximador universal}$$

Parâmetros (sinapses) à ajustar

backpropagation

$$\Delta w = -\alpha \frac{\partial F}{\partial w}$$

$$F(w) = E_{\forall p} \left| \underline{y}^p - \tilde{\underline{y}}^p \right|^2$$

Preciso

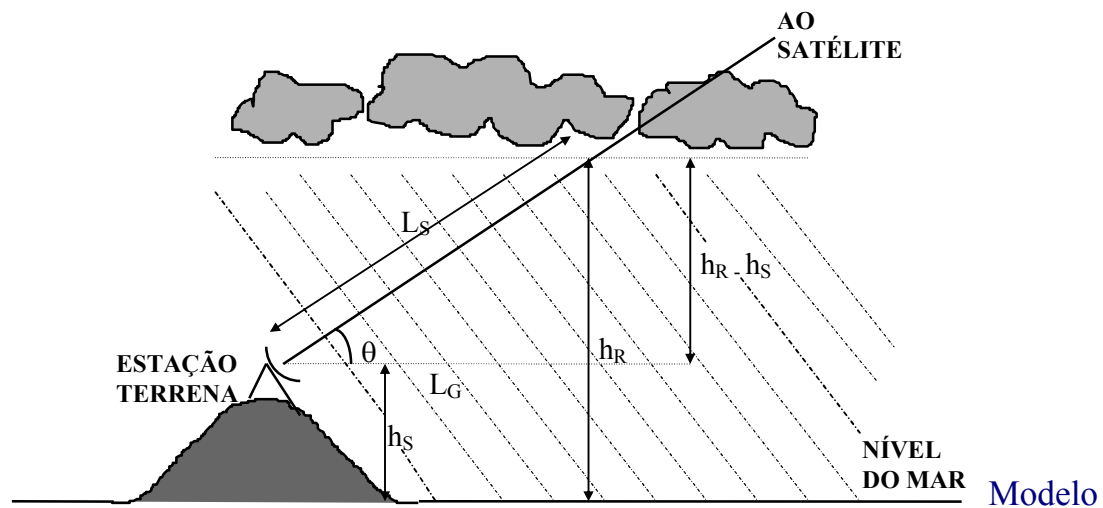
Informação fenomenológica ?

II - Modelos Fenomenológicos tratados como uma Rede Neural

Modelo Fenomenológico → **Sistema de equações** → **Grafo de Fluxo de Sinais** → **Rede Neural**

Exemplo 1:

Atenuação de sinal em enlace terra-satélite



UIT-R de Propagação de Sinal Terra - Satélite - Equações

UIT-R de Propagação Terra - Satélite

- Equações

$$Z_1 = f(\varphi) = h_R$$

$$h_R = 5 - .075(\varphi - 23)$$

$$h_R = 5$$

$$h_R = 5 + .1(\varphi + 21)$$

$$h_R = 0 \quad \text{for } \varphi < -71$$

$$Z_2 = f(Z_1, h_R, \theta) = L_S,$$

$$L_S = \frac{(h_R - h_S)}{\sin \theta} \quad \text{for } \theta \geq 5^\circ$$

$$L_S = \frac{2(h_R - h_S)}{\left(\sin^2 \theta + \frac{2(h_R - h_S)}{R_e} \right)^{1/2} + \sin \theta} \quad \text{else}$$

$$Z_3 = f(Z_2, \theta) = L_G = L_S \cos \theta$$

$$Z_4 = f(f, \tau, \theta, R_{0.01\%}) = \gamma_R = k(R_{0.01\%})^\alpha$$

$$Z_5 = f(Z_3, Z_4, f) =$$

$$r_{0.01} = \frac{1}{1 + 0.78 \sqrt{\frac{L_G \gamma_R}{f} - 0.38(1 - e^{-2L_G})}}$$

$$Z_9 = f(Z_4, Z_7, Z_8, f, \theta) =$$

$$v_{0.01} = \frac{1}{1 + \sqrt{\sin \theta} \left(31(1 - e^{-(\theta/(1+\chi))}) \sqrt{\frac{L_R \gamma_R}{f^2}} - 0.45 \right)}$$

$$Z_{10} = f(Z_7, Z_9) = L_E = L_R v_{0.01}$$

$$Z_{11} = f(Z_4, Z_{10}) = A_{0.01} = \gamma_R L_E$$

$$Z_{12} = f(\theta, \varphi, p) = \beta$$

$$\text{if } p \geq 1\% \text{ or } |\varphi| \geq 36^\circ, \beta = 0$$

$$\text{if } p < 1\% \text{ and } |\varphi| < 36^\circ \text{ and } \theta \geq 25^\circ,$$

$$\beta = -0.005 (|\varphi| - 36)$$

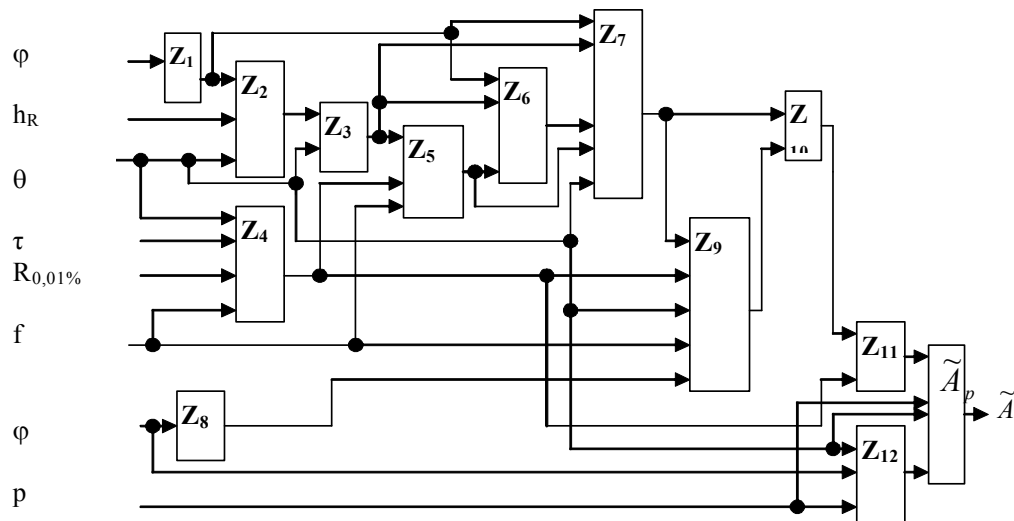
$$\text{else,}$$

$$\beta = -0.005 (|\varphi| - 36) + 1.8 - 4.25 \sin(\theta)$$

$$\tilde{A}_p = f(z_{11}, z_{12}, p, \theta) =$$

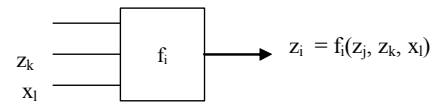
$$= A_{0.01} \left(\frac{p}{0.01} \right)^{-(0.655 + 0.033 \ln(p) - 0.045 \ln(A_{0.01}) - \beta(1-p) \sin(\theta))}$$

Modelo UIT-R de Propagação de Sinal Terra - Satélite - Diagrama de Blocos



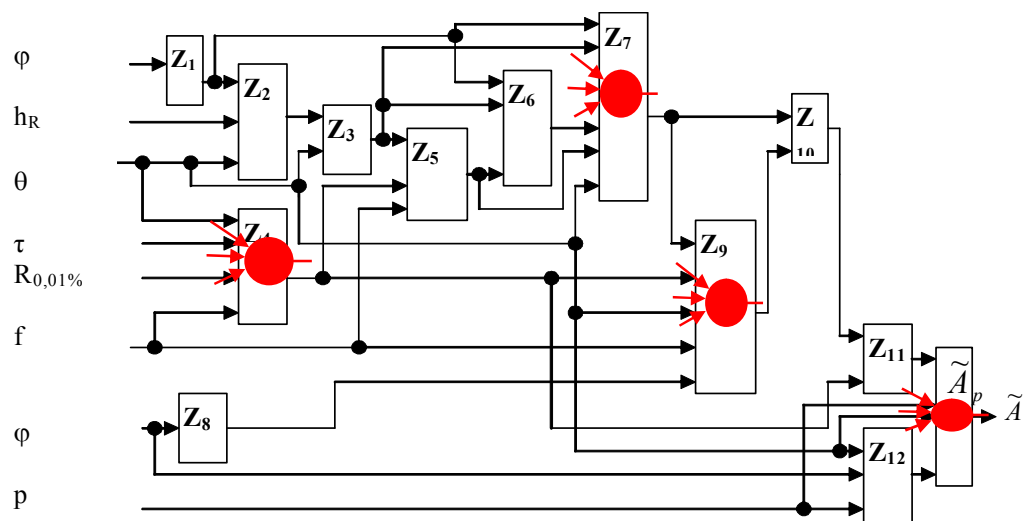
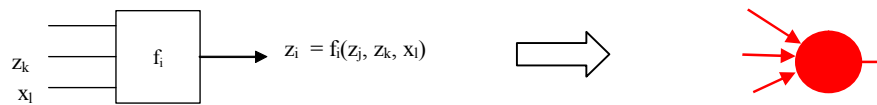
Composto por

Blocos ou sub-modelos (equações)



Bloco ou sub-modelo

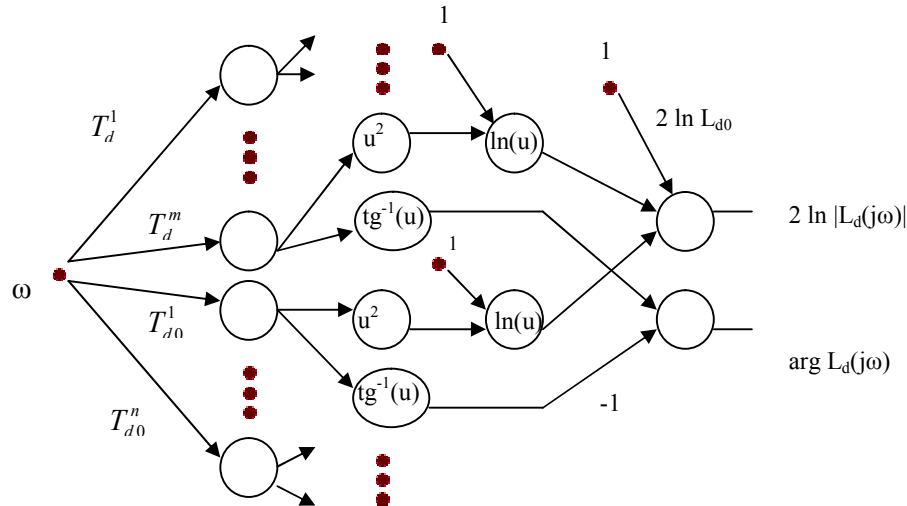
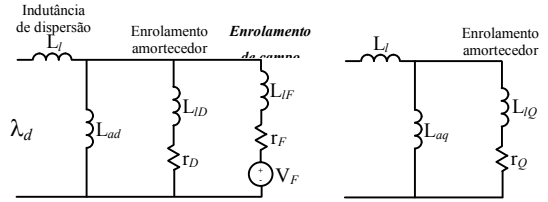
Neurônio



Ex 2: Circuito equivalente de um transformador

$$2 \ln |L_d(j\omega)| = 2 \ln L_{d0} + \sum_{j=1}^m \ln(1 + \omega^2 T_d^j{}^2) - \sum_{i=1}^n \ln(1 + \omega^2 T_{d0}^i{}^2)$$

$$\arg[L_d(j\omega)] = \sum_{j=1}^m \operatorname{tg}^{-1}(\omega T_d^j) - \sum_{i=1}^n \operatorname{tg}^{-1}(\omega T_{d0}^i)$$



II.1 -Ajuste dos parâmetros do modelo fenomenológico

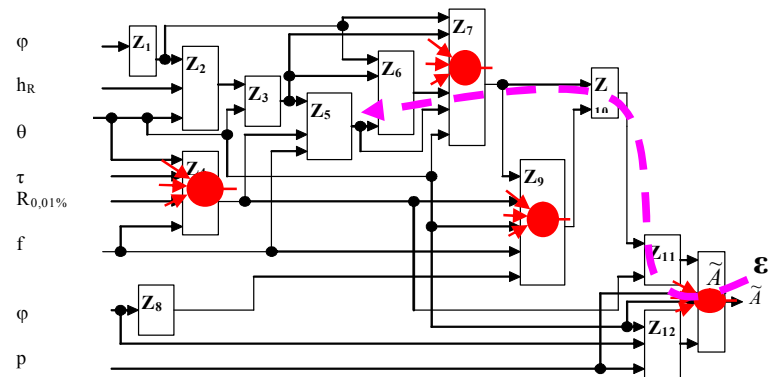
via retropropagação do erro

$$F_p = \varepsilon_p^2 = (y - \tilde{y})^2$$

$$\tilde{y} = f_1(Z_5)$$

$$Z_5 = f_2(k)$$

$$\begin{aligned} \Delta k &= -\alpha \frac{\partial F_p}{\partial k} = -\alpha \frac{\partial F}{\partial \tilde{y}} \frac{\partial \tilde{y}}{\partial k} \\ &= 2\alpha \varepsilon \frac{\partial \tilde{y}}{\partial k} = 2\alpha \varepsilon \frac{\partial \tilde{y}}{\partial Z_5} \frac{\partial Z_5}{\partial k} \end{aligned}$$



o erro ε na saída do modelo é **retropropagado** até cada bloco (ou parâmetro) de interesse

$$\varepsilon \frac{\partial \tilde{y}}{\partial Z_5} \quad \text{ou} \quad \varepsilon \frac{\partial \tilde{y}}{\partial k}$$

as derivadas podem ser calculadas analítica ou numericamente

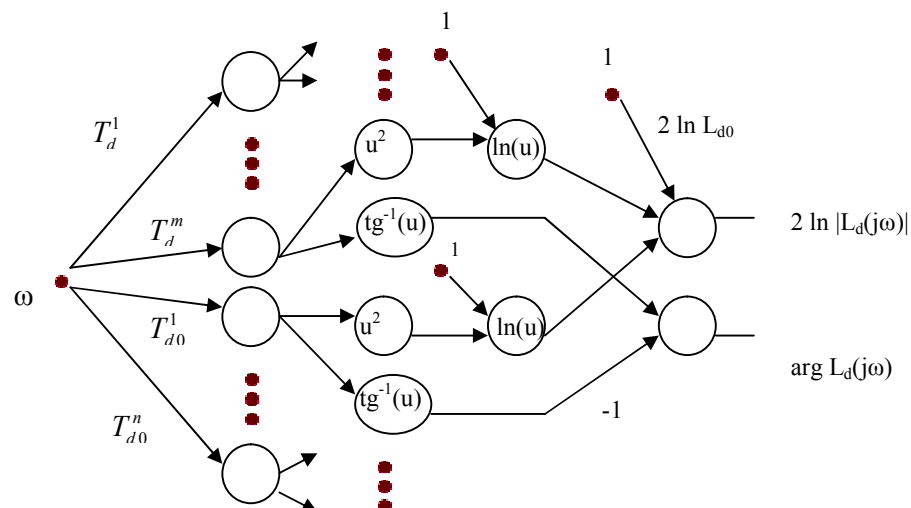
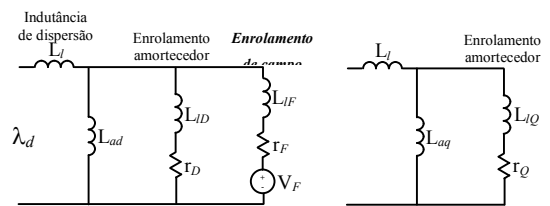
$$\frac{\partial \tilde{y}}{\partial k} \cong \frac{\Delta \tilde{y}}{\Delta k} \quad \frac{\partial \tilde{y}}{\partial Z_5} \cong \frac{\Delta \tilde{y}}{\Delta Z_5} \quad \frac{\partial Z_5}{\partial k} \cong \frac{\Delta Z_5}{\Delta k}$$

valores iniciais dos parâmetros podem ser críticos, para que a convergência se de para os parâmetros da planta.

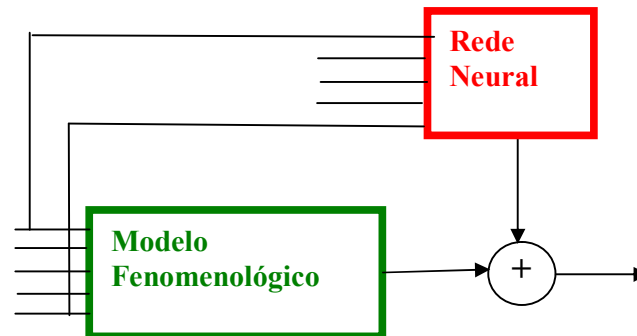
Aplicação: Circuito equivalente de um transformador

$$2 \ln |L_d(j\omega)| = 2 \ln L_{d0} + \sum_{j=1}^m \ln(1 + \omega^2 T_d^{j^2}) - \sum_{i=1}^n \ln(1 + \omega^2 T_{d0}^{i^2})$$

$$\arg[L_d(j\omega)] = \sum_{j=1}^m tg^{-1}(\omega T_d^j) - \sum_{i=1}^n tg^{-1}(\omega T_{d0}^i)$$

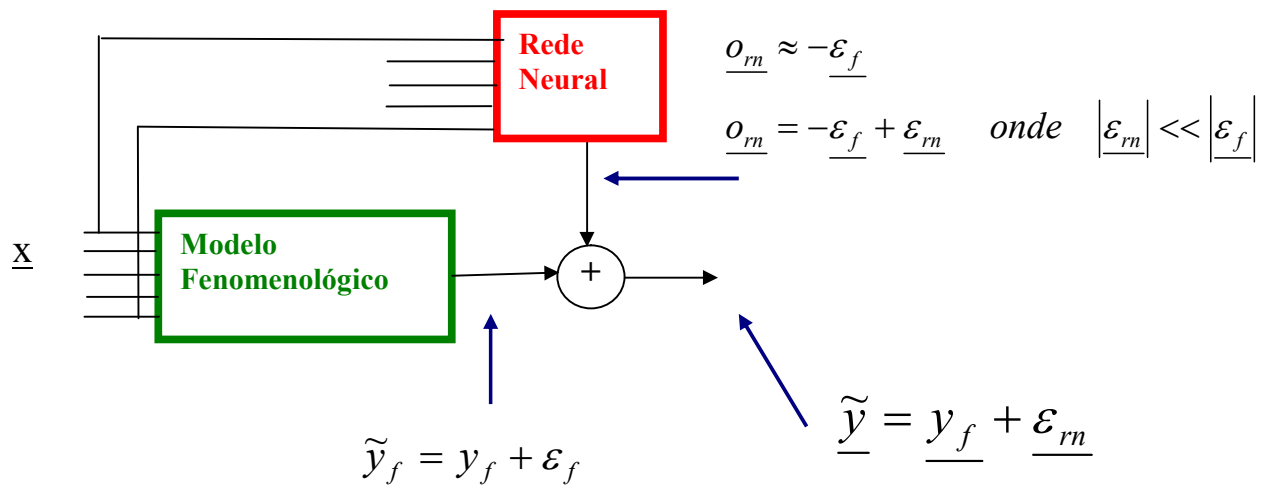


III - Modelos Híbridos Neural-Fenomenológicos



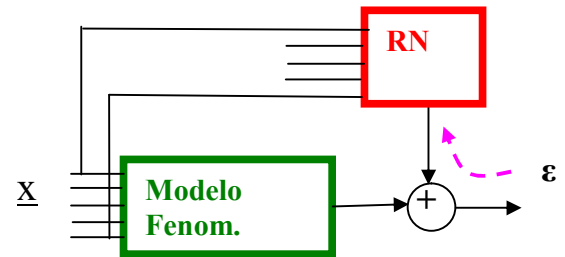
Informação do Processo através do Modelo Fenomenológico
+
Precisão numérica através da Rede Neural

Qual a função da RN, como atua ?



Corrigindo o erro do modelo fenomenológico

Como treinar a Rede Neural ?



1 - propagação do sinal para a frente: os dois blocos (modelo fenomenológico e rede neural) atuam

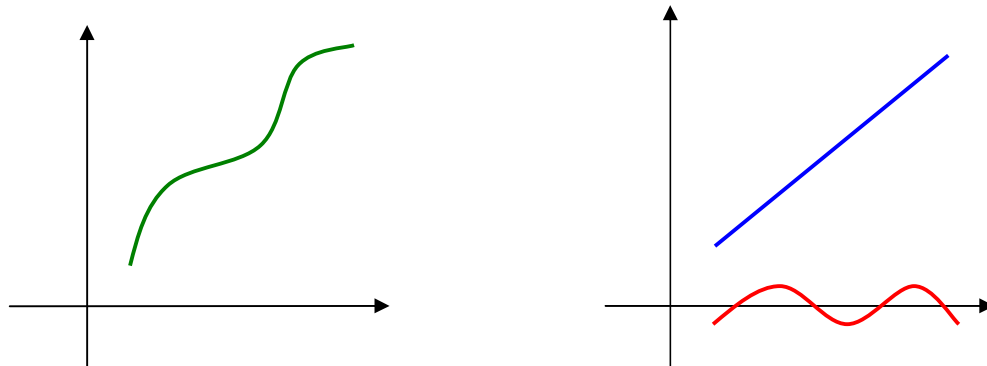
2 - erro na saída do sistema completo $\varepsilon = y - \tilde{y} = y - (\tilde{y}_f + o_{rn})$

3 - erro retropropagado para a saída da RN = erro na saída do sistema completo, ε

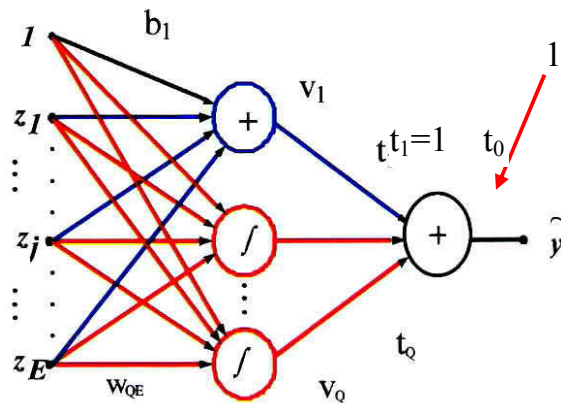
III.1 - Um caso particular:

Sistemas com Não Linearidades Fracas

Modelo linear (fenomenológico ?) + **complemento não linear**



Modelo linear + complemento não linear



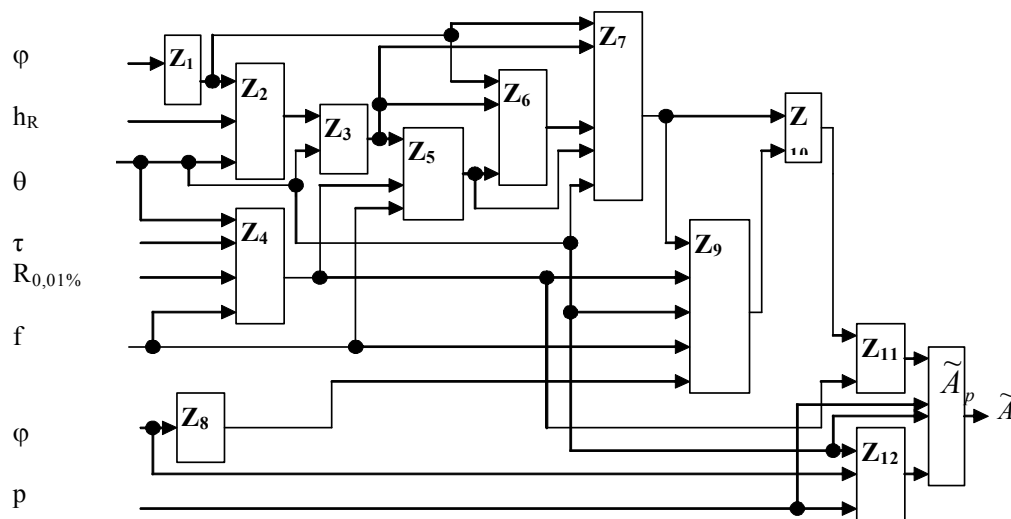
1 - Fazer as sinapses vermelhas nulas. Treinar apenas as sinapses azuis. $t_1=1$

2- Congelar as sinapses azuis. Treinar as sinapses vermelhas (com as azuis atuando).

IV Sub-modelos Híbridos Neural-Fenomenológicos

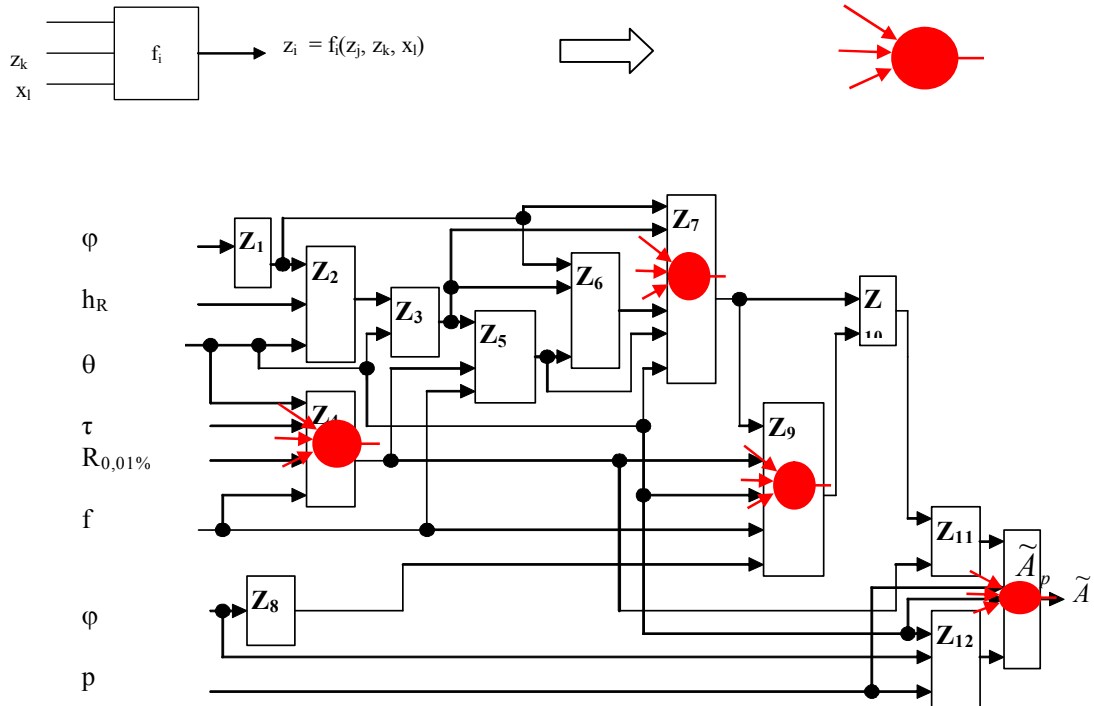
Modelos Fenomenológicos tratados como uma Rede Neural

Modelo Fenomenológico $\Rightarrow$ Sistema de equações $\Rightarrow$ Diagrama de Blocos $\Rightarrow$ Rede Neural



Modelo é composto por blocos ou sub-modelos

ou “neuronios”



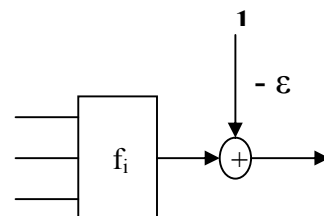
No modelo fenomenológico

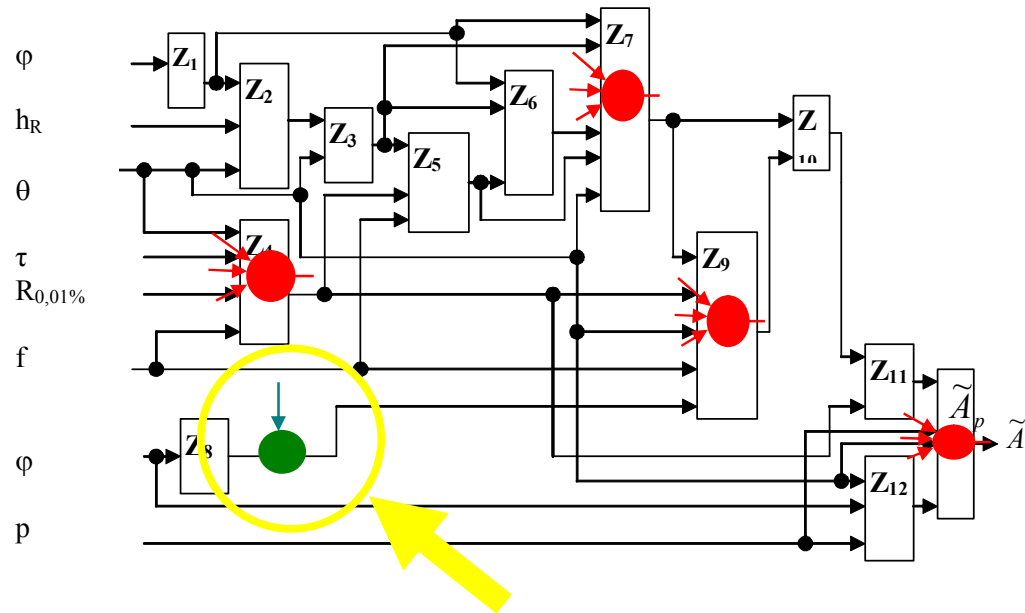
o erro varia de bloco para bloco.

Como identificar os blocos com os maiores erros ?

Bloco com Block with

sinapses “mágicas” para correção do erro

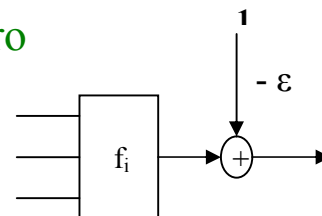




Critério para erro do bloco:

$$\sigma_i = \sigma [\delta_i(p)]$$

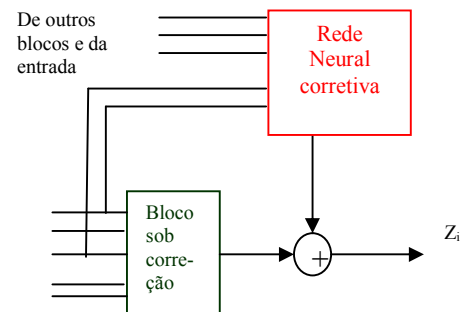
Bloco com uma
sinapse “mágica” para correção do erro



Bloco com uma
rede neural para correção do erro.

**Que variáveis usar
como entrada da RN ?**

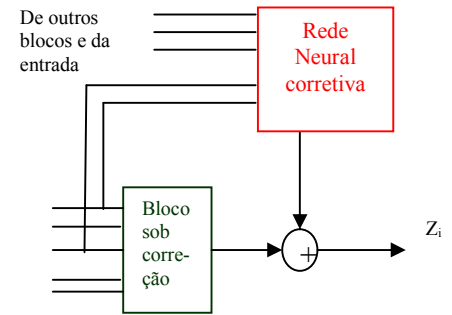
– correlatas com o erro do bloco



O erro do bloco vem de:

Função de transferência do bloco incorreta

- o erro do bloco está correlacionado com algumas entradas do próprio bloco
- use estas entradas na RN corretiva

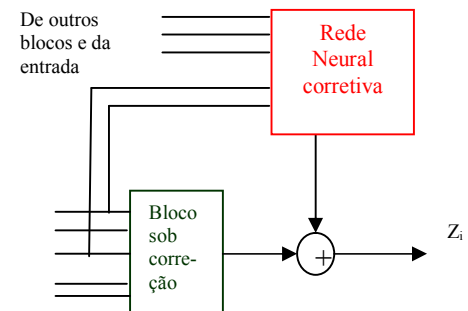


Falta informação na entrada do bloco

- o erro do bloco não está correlacionado com as entradas do bloco
- teste outras variáveis disponíveis quanto à correlação com o erro do bloco. Se a correlação existe, use estas variáveis na entrada da rede neural de correção do bloco

Entradas da RN corretiva do bloco

- entradas do próprio bloco
 - correlatas com o erro do bloco



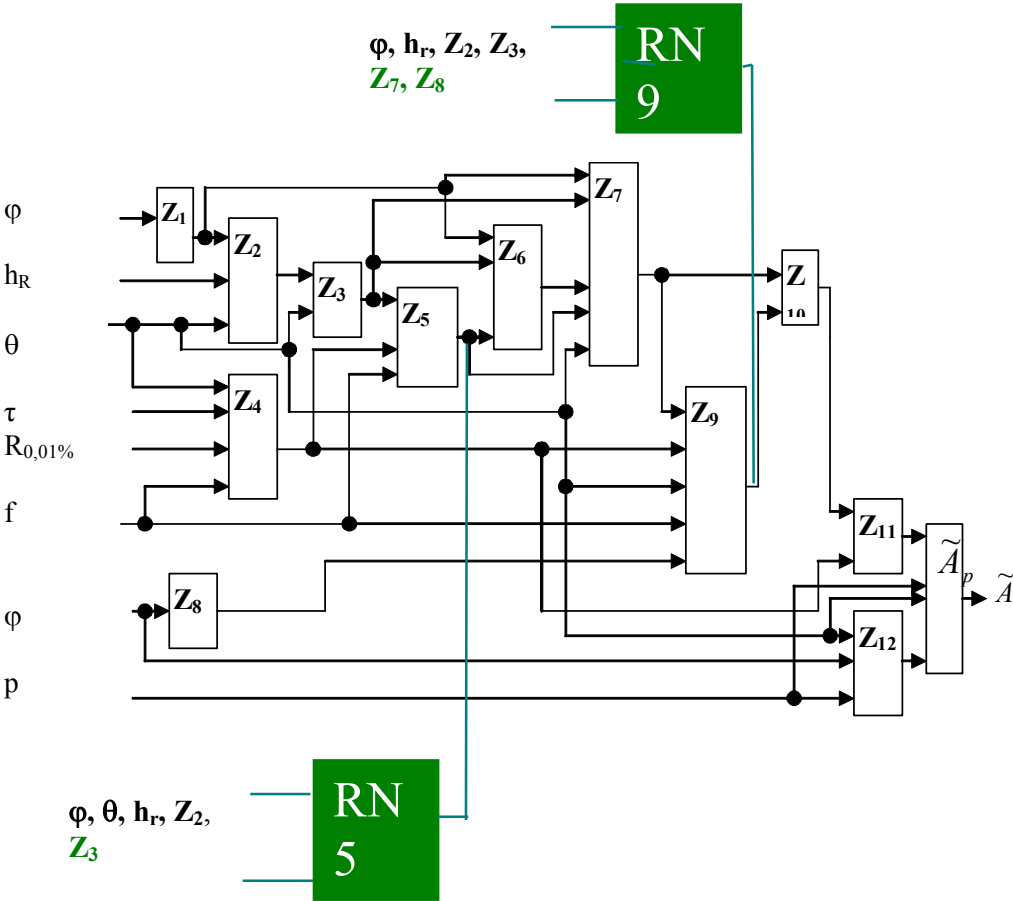
- outras variáveis disponíveis quando do cálculo do bloco
 - correlatas com o erro do bloco

ERROS DOS SUBMODELOS

VARIÂNCIA DO ERRO RETROPROPAGADO (δ_i) PARA CADA SUB-MODELO

Bloco	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
σ_i^2	0,17	0,07	0,09	0,57	1,09	0,00	0,13	0,01	0,97	0,16	0,13	0,49

A tabela acima evidencia que os sub-modelos 5 and 9 são os críticos.

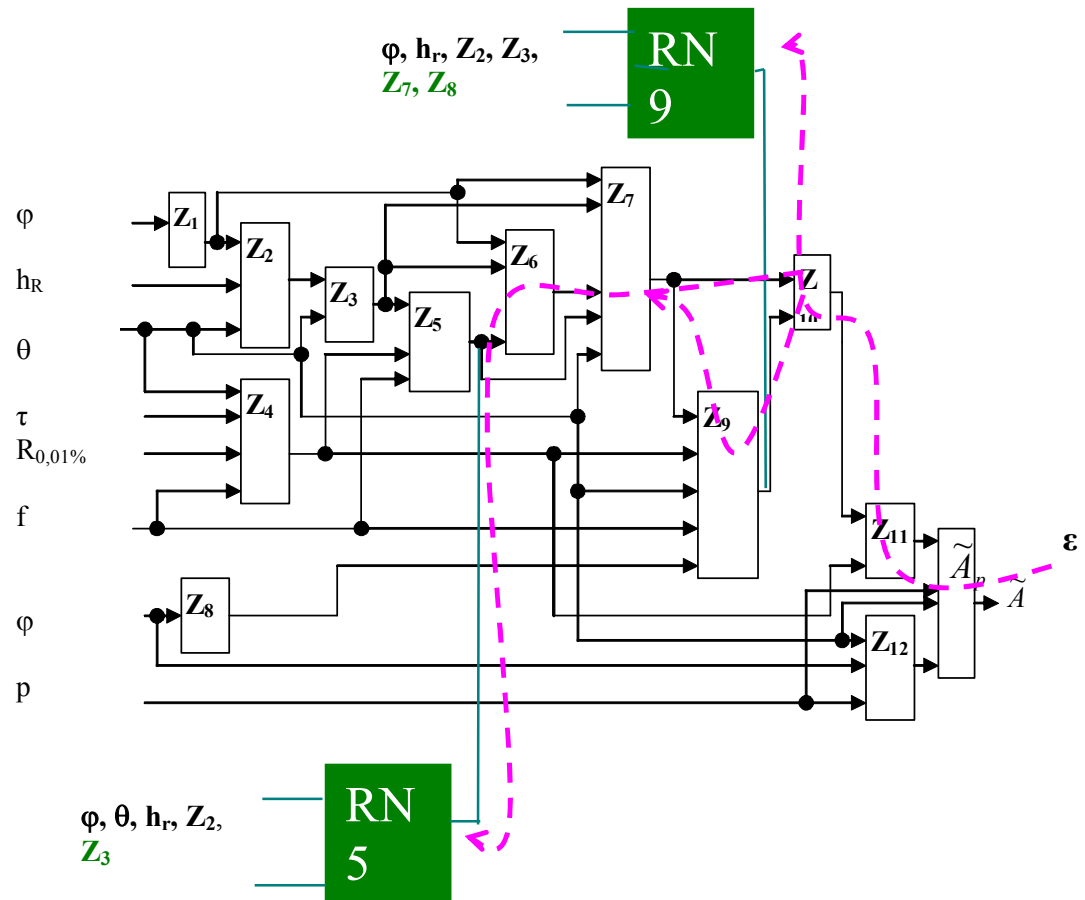


Treinamento das RN's

1 - como no caso do modelo híbrido, na propagação do sinal para a frente todos os blocos (sub-modelos fenomenológicos e redes neurais locais) atuam

2 - o erro a ser minimizado é o erro na saída do sistema completo ε

3 - como no caso de ajuste dos parâmetros do modelo fenomenológico, o erro ε é retropropagado para a saída de cada RN, e daí para cada sinapse da mesma. As derivadas podem ser calculadas analítica ou numericamente



RESULTADOS

ERRO RELATIVO RMS (%) PARA TODOS OS PARES.

Modelo	Fenom. UIT-R	Híbrido UIT-R-Neural	Neural
Erro	32	22	20