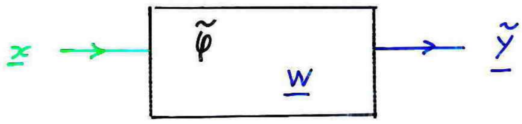
12 -Outros critérios de erro

Composição de F como erro



$$F\left(\underline{y}, \underline{\tilde{y}}\right) \qquad \underline{\tilde{y}}\left(\underline{w}\right) \qquad \frac{\partial F}{\partial w_i} = \frac{\partial F}{\partial \tilde{y}} \frac{\partial \tilde{y}}{\partial w_i}$$

onde $\frac{\partial F}{\partial \tilde{y}}$ depende da função erro utilizada e

$\frac{\partial \tilde{y}}{\partial w_i}$ depende das equações da rede

no caso de saídas múltiplas $\frac{\partial F}{\partial w_i} = \sum_{l=1}^{m} \frac{\partial F}{\partial \tilde{y}_l} \frac{\partial \tilde{y}_l}{\partial w_i}$

Caso geral: Erro médio quadrático ponderado

$$F = \underset{k}{E}\left\{ \sum_l a(k,l)\ \varepsilon_l^2 \right\}$$

onde a(l) peso variável por saída l

a(k) peso variável por par k

como $\varepsilon_l = y_l - \tilde{y}_l$

$$\frac{\partial F}{\partial \tilde{y}} = -2 \underset{k}{E}\left\{ \sum_l a(k,l)\ \varepsilon_l \right\}$$

No treinamento tipo regra delta o acréscimo na sinapse w_{ij} sera dado por

$$\Delta w_{ij} = 2\alpha v_j \delta_i \quad onde \quad \delta_i = \sum_{l=1}^{m} a(k,l)\,\varepsilon_l\, g_{li}$$

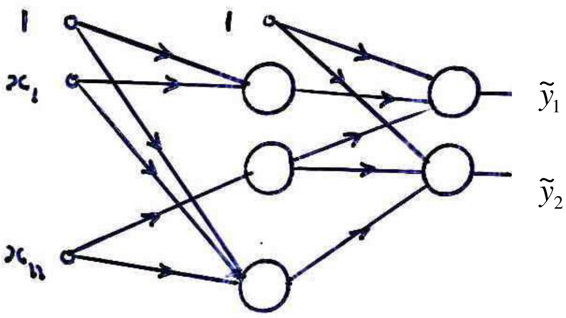
onde

v_j **é o sinal na entrada da sinapse na fase de propagação do sinal para a frente e**

$g_{li} = \dfrac{\partial \tilde{y}_l}{\partial u_i}$ **é o ganho linearizado da saída da sinapse w_{ij} à saída *l* da rede**

Ex 1 : Ponderando diferentemente saídas diferentes

A rede tem duas saídas, mas
o erro em y_1 é 3 vezes mais importante que o erro em y_2



a(k,1) = 3

a(k,2) = 1

$$F = \underset{k}{E}\left(3\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2\right)$$

$$\Delta w_{ij} = 2\alpha v_j \delta_i \quad onde \quad \delta_i = 3\varepsilon_1 g_{1i} + \varepsilon_2 g_{2i}$$

Ex 2 : Ponderando diferentemente em função da saída desejadas

Falsos negativos x falsos positivos com pesos diferentes

$$F = \frac{1}{4P}\sum_{\forall p} a(y)\varepsilon^2 = \frac{1}{4P}\sum_{\forall p}[(M-1)y+(M+1)](y-\tilde{y})^2 =$$

$$= \frac{1}{4P}\left[\sum_{\substack{\forall p|y=1 \\ \forall\ pares\ positivos}} 2M(y-\tilde{y})^2 + \sum_{\substack{\forall p|y=-1 \\ \forall\ pares\ negativos}} (y-\tilde{y})^2\right]$$

Tipo	y	$\tilde{y}$	contribuição para F
verdadeiros positivos	1	1	0
verdadeiros negativos	-1	-1	0
falsos positivos	-1	1	1
falsos negativos	1	-1	2M

casos:
doenças humanas,
tuberculose bovina,
etc.

Ex 3: Erro relativo médio quadrático

Erro <u>relativo</u> médio quadrático nas variáveis originais, <u>não escaladas</u>

$$F(\underline{w}) = E\left\{\sum_l \left[\frac{Y_l - \tilde{Y}_l}{Y_l}\right]^2\right\}$$

$$y_l = \frac{1}{\sigma_{Y_l}}(Y_l - \mu_{Y_l}) \qquad Y_l = \sigma_{Y_l} y_l + \mu_{Y_l}$$

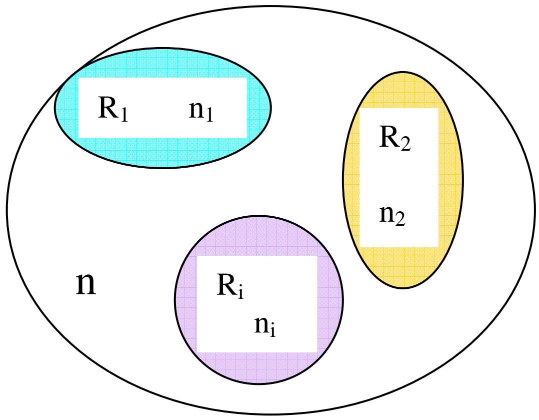
$$\tilde{Y}_l = \sigma_{Y_l}\tilde{y}_l + \mu_{Y_l}$$

$$F(\underline{w}) = E\left\{\sum_l \left[\frac{Y_l - \tilde{Y}_l}{Y_l}\right]^2\right\} = E\left\{\sum_l \frac{1}{\left(y_l + \frac{\mu_{Y_l}}{\sigma_{Y_l}}\right)^2}(y_l - \tilde{y}_l)^2\right\} \qquad a(k,l) = \frac{1}{\left(y_l + \frac{\mu_{Y_l}}{\sigma_{Y_l}}\right)^2}$$

No treinamento tipo BP o acréscimo na sinapse w_{ij} é dado por

$$\Delta w_{ij} = 2\alpha\, v_j\, \delta_i \quad onde \quad \delta_i = \sum_{l=1}^{m} \frac{1}{\left(y_l + \dfrac{\mu_{Y_l}}{\sigma_{Y_l}} \right)^2} \varepsilon_l\, g_{li}$$

Ex 4: Correção do efeito da população local



Cada par pertençe a uma região R_i

Cada região R_i tem uma população n_i

A população total é $n = \sum_{\forall i} n_i$

$$F = \sum_{\forall\, região\, R_i} \boxed{\sum_{\forall\, par \in R_i} f(y, \tilde{y})}$$

peso: n_i pares

peso: 1 par, independe de n_i

$$F = \sum_{\forall\, região\, R_i} \boxed{\frac{1}{n_i} \sum_{\forall\, par \in R_i} f(y, \tilde{y})}$$

$$a(i,l) = a(i) = 1/n_i$$

n_i – população da região onde o par pertence.

12.2 Erros não quadráticos

12.2.1 Erros em potências maiores

$$F(\underline{w}) = E\left\{\sum_{l}(y_l - \tilde{y}_l)^{2n+2}\right\} \qquad n = 1,2,\ldots$$

prioriza a redução dos maiores erros, mas F(w) é mais abrupta.

12.2.2 Erro absoluto

$$F(\underline{w}) = E\left\{|\,\vec{y} - \tilde{\vec{y}}\,|\right\} = E\left\{\sqrt{\sum_{l}(y_l - \tilde{y}_l)^2}\right\}$$

não prioriza a redução dos maiores erros como o emq

- não derivável na origem, necessita procedimentos especiais

12.2.3 Erro MAPE – Mean Absolute Percentual Error

$$F(\underline{w}) = E\left\{\frac{\left|\vec{Y} - \tilde{\vec{Y}}\right|}{\left|\vec{Y}\right|}\right\} = E\left\{\sqrt{\frac{\sum_{l}\left(Y_l - \tilde{Y}_l\right)^2}{\sum_{l}\left(Y_l\right)^2}}\right\}$$

variáveis não escaladas

não prioriza a redução dos maiores erros percentuais, como o epmq.

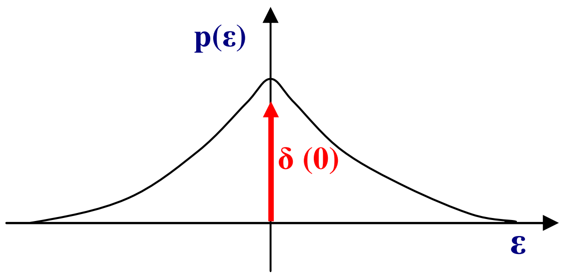
- não derivável na origem, necessita procedimentos especiais

12.3 Entropia

O objetivo na minimização do erro ε é

obter o histograma de p(ε) com média nula (fácil) e o mais estreito possível

ideal: p(ε) = δ (0) (delta de Dirac, erro nulo)



Se a distribuição do erro p(ε) for Gaussiana, o objetivo é alcançado minimizando o erro médio quadrático (a variância de p(ε))

Se a distribuição do erro p(ε) não for Gaussiana, o objetivo é alcançado minimizando a entropia (ver os trabalhos de J.C. Príncipe)

12.4 - Erro lógico (já visto em classificadores)

$$y \in \{-1,+1\} \qquad \tilde{y} = tgh(u) \in (-1,+1)$$

$$\tilde{y}_{\log ico} = sign(\tilde{y})$$

Erro médio quadrático $$\frac{1}{N}\sum_i (y_i - \tilde{y}_i)^2$$

Erro de classificação $$\frac{1}{4N}\sum_{i=1}^{N} (y_i - \tilde{y}_{i\ lógico})^2$$

% de classificações erradas em y_i