

Classificadores

1 - Na rede da Fig 1-a abaixo os neurônios são do tipo perceptron, i.e.,  $y = \text{sign } u$ .

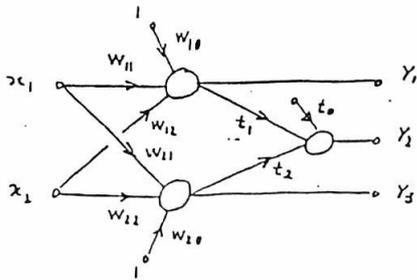


Fig 1-a

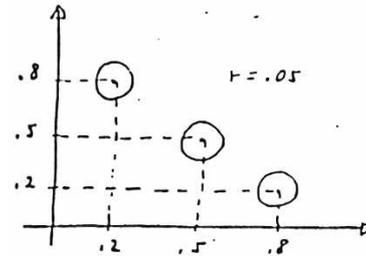
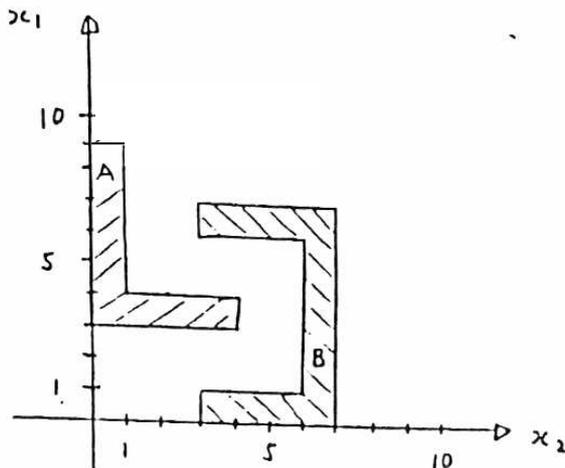


Fig 1-b

Programme as sinapses para separar as três classes cujos domínios estão apresentados na Fig. 1-b acima. Escolha os planos separadores visando minimizar o número de sinapses (a) maximizando o número de sinapses nulas e (b) dentre as sinapses que não puderam ser anuladas, maximizar o número das que tem valor +1 ou -1.

2 - Apresente uma rede feedforward com neurônios tipo  $\tilde{y} = \text{sign}(u)$  que separe as classes abaixo. Minimize o número de neurônios usados na camada intermediária. Em seguida minimize o número de sinapses.



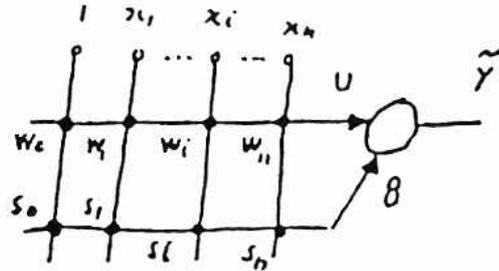
2.1 - O quanto a classe B pode ser deslocada horizontalmente para a esquerda mantendo o mesmo número mínimo de neurônios calculado anteriormente ?

3 - Em um neurônio biológico, além das sinapses de sinal,  $w_i$ , existem também as sinapses de “shunting”,  $s_j$ , que controlam o ganho do neurônio. Assim

$v = \text{tgh}(gu)$  onde

$$u = \sum_{i=0}^n w_i X_i \quad \text{e}$$

$$g = \sum_{j=0}^n s_j X_j$$



Calcule  $\Delta w_i$  e  $\Delta s_j$  para uma rede de um neurônio usando backpropagation regra delta.

3a - Se este neurônio estiver sendo usado como classificador, qual a forma do separador? Um hiperplano, uma superfície polinomial, uma superfície transcendente, etc...? Determine o tipo e a ordem, se for o caso.

4 - Considere um neurônio tipo:

$$\tilde{y} = \text{tgh } u \quad \text{onde} \quad u = \sum_{i=0}^n w_i X_i \quad \text{e} \quad x_0 = 1$$

treinado como um classificador de uma camada, isto é, para  $y \in \{-1, 1\}$ .

4a - Mostre que

$$|\mathcal{E}| = |y - \tilde{y}| = 1 - y \tilde{y}$$

Sugestão: Prove separadamente para  $y = 1$  e  $y = -1$ .

4b - Calcule  $\Delta w_i$  para minimizar a função objetivo valor esperado do módulo

do erro  $E\{ |\mathcal{E}| \}$  usando backpropagation regra delta.

**5 – Considere uma rede neural feedforward com uma saída atuando como um classificador. A excitação interna do neurônio de saída da rede pode ser escrita  $u = u_x + w_0$ , onde  $w_0$  é a polarização do neurônio e  $u_x$  corresponde a contribuição da entrada  $\underline{x}$ . Considere que:**

**a – A população da Classe é  $P_c = 200$  e a população da Não Classe é  $P_n = 800$ .**

**b – as distribuições de  $u_x$  para o conjunto de entradas da Classe e da Não Classe podem ser aproximadas por Gaussianas com média e desvio padrão  $\mu_c = 8, \sigma_c = 1, \mu_n = 2, \sigma_n = 2$ , respectivamente.**

**Obs: Use tabela para obter o valor da função erro:**

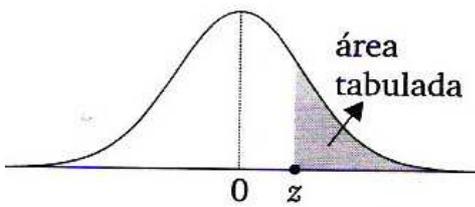
$$erf(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad \text{e lembre que} \quad \frac{d}{dx} erf(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

**5.1 – Mostre como calcular  $w_0$  para maximizar a Taxa de Acerto do classificador ( $w_0$  é o maximante de  $VP+VN$ ). Calcule a Sensibilidade e a Especificidade obtidas para a Taxa de Acerto ótima.**

**5.2 – Mostre como calcular  $w_0$  para obter uma Sensibilidade de 99 %. Calcule as novas Taxa de Acerto e Especificidade obtidas e compare com o caso anterior.**

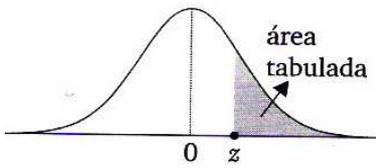
**5.3 – Repita para populações iguais  $P_c = P_n = 400$  e compare e interprete os resultados.**

## Error Function



$z$	Segunda decimal de $z$									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641
0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2842	0,2810	0,2776
0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985

$z$	Segunda decimal de $z$									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0722	0,0708	0,0694	0,0681
1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
1,8	0,0359	0,0352	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064



<b>s</b>	<b>Segunda decimal de s</b>									
	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
2,9	0,0019	0,0018	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
3,0	0,00135									
3,5	0,000 233									
4,0	0,000 031 7									
4,5	0,000 003 40									
5,0	0,000 000 287									