**COE 721 2012/2 4ª Série de Exercícios**

**1 - Absorção do escalamento:**

**1** - Na rede neural abaixo os neurônios 1 e 3 são lineares, e o neurônio 2 é tipo tgh(.). As variáveis de entrada e saída tem distribuição aproximadamente Gaussiana, com parâmetros conforme a tabela 1 abaixo. Após o treinamento com as entradas e saídas normalizadas para média zero e desvio padrão unitário as sinapses obtidas para a rede estão apresentadas na tabela 2 abaixo. Apresente os valores das sinapses a serem usadas com a rede com as entradas originais, não normalizadas.

Obs: Examine com cuidado o caso das sinapses conectadas ao neurônio 1, que ao mesmo tempo pertence à camada intermediária e fornece uma saída. Aplique a denormalização para as entradas x, em seguida para a saída $y_a$ e finalmente como neurônio da camada intermediária para a denormalização de $y_b$ .

Tabela 1

| | μ | σ |
|---|---|---|
| $x_a$ | 5 | 2 |
| $x_b$ | 10 | 3 |
| $y_a$ | 4 | 2 |
| $y_b$ | 10 | 3 |

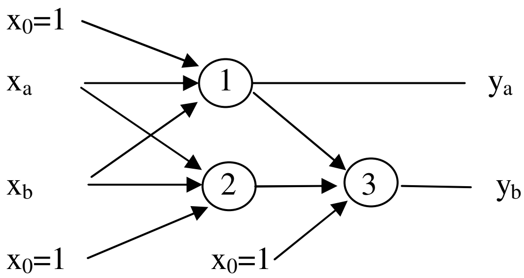


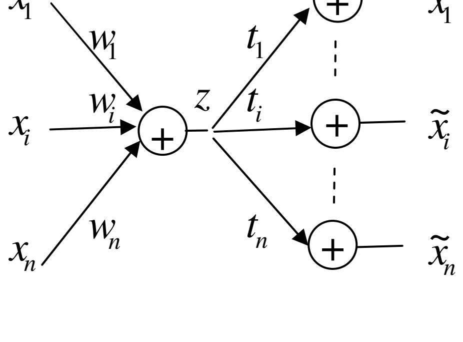

Tabela 2 - Sinapses $W_{ij}$

| i ⇩ j ⇨ | a | b | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | .5 | 1.1 | .7 | - | - |
| 2 | -.3 | .2 | 0 | - | - |
| 3 | - | - | .2 | .3 | -.3 |

**2 – Rede Neural Auto-supervisionada - Compressão da informação.**

**2.1** – Considere um conjunto de vetores $\underline{x}$ de n dimensões. A chamada primeira componente principal visa a representação de cada vetor $\underline{x}$ por uma variável $z = \underline{w}^t \underline{x}$ com uma única dimensão tal que permita a reconstituição de uma aproximação $\tilde{\underline{x}}$ de $\underline{x}$ , $\tilde{\underline{x}} = z\underline{t}$ , que minimiza o erro F da aproximação. As equações do processo usando os vetores $\underline{w}$ e $\underline{t}$ são:

$$z = \underline{w}^t \underline{x} \qquad \tilde{\underline{x}} = z\underline{t} \qquad F = \underset{\forall \underline{x}}{E}\left\{ \sum_{i=1}^{n} (x_i - \tilde{x}_i)^2 \right\}$$



A rede neural acima, chamada de rede neural autosupervisionada, realiza este processo. A primeira camada permite determinar a variável comprimida z e a segunda camada apresenta a aproximação obtida usando esta variável, para cada vetor $\underline{x}$. Apresente as fórmulas para o treinamento das sinapses $t_i$ e $w_i$ .

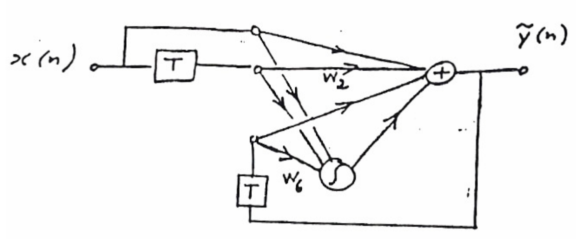
Obs: Considere que as variáveis $x_i$ estão normalizadas para média zero e desvio padrão unitário, e observe que os neurônios não necessitam sinapses de polarização.

**2.2** - Para o exercício 2.1 acima considere que as variáveis normalizadas $x_i$ foram geradas a partir das variáveis originais $X_i$ com médias $\mu_i$ e $\sigma_i$ . Apresente as sinapses que deverão ser ulilizadas para operação com entradas e saídas não normalizadas.

Obs: considere que o valor das sinapses de polarização na rede que utiliza entradas normalizadas é nulo, mas que os da rede que utiliza sinapses não normalizadas pode não sê-lo.

## 3 - Modelagem

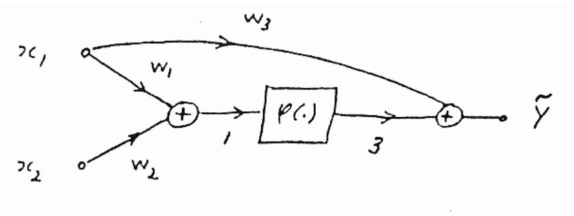
**3.1** - A figura abaixo mostra a estrutura da rede utilizada para simular um sistema dinâmico não-linear, quando em operação. A rede utiliza neurônios sem bias, um linear (+) e um tipo tgh (∫) e atrasos unitários T. Parte da tabela usada no treinamento (série-paralelo, regra delta com $\alpha = 0,1$) é apresentada a seguir.



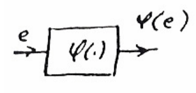

| n | x(n) | y(n) |
|---|---|---|
| ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 48 | .40 | .35 |
| 49 | .45 | .50 |
| 50 | .50 | .60 |
| 51 | .55 | .65 |
| 52 | .60 | .75 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ |

Em um instante do treinamento, por acaso todas as sinapses são iguais a 0,25. É sorteado então n = 50, e o passo de treinamento é dado. Quais os novos valores das sinapses $w_2$ e $w_6$ ? Indique como realizou os cálculos !

**3.2 -** O modelo de uma planta apresentado na figura abaixo inclui um bloco cuja função de transferência φ(.) já é conhecida analiticamente e não necessita ser treinado.




Planta




bloco conhecido

deduza as fórmulas de treinamento de $w_1$, $w_2$ e $w_3$ por backpropagation regra delta para minimizar o erro médio quadrático da saída y sobre um conjunto de pares de treinamento { $\underline{x}$ , y }.

Existem restrições sobre φ(.) ? Caso sim, quais ?

## 4 - Redes RBF

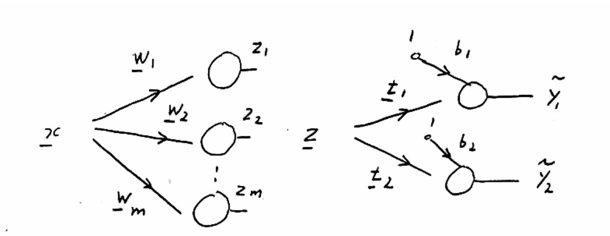
**4.1** – Na rede abaixo os neurônios da camada intermediária são do tipo RBF com função de transferência

$$z_i = \frac{1}{1+u_i} \qquad onde \quad u_i = (\underline{x} - \underline{w}_i)^t\, \underline{K}\, (\underline{x} - \underline{w}_i)$$

onde $\underline{\mathbf{K}}$ é uma matriz diagonal com elementos $k_i$ .Os neurônios de saída são do tipo perceptron:

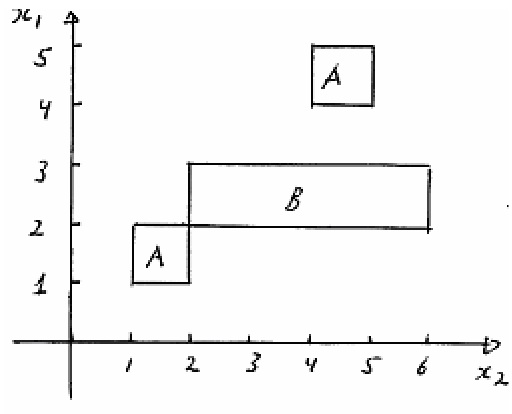
$$\tilde{y}_1 = u_1 \quad onde \quad u_1 = \underline{z}^t\, \underline{t}_1 + b_1 \qquad e$$

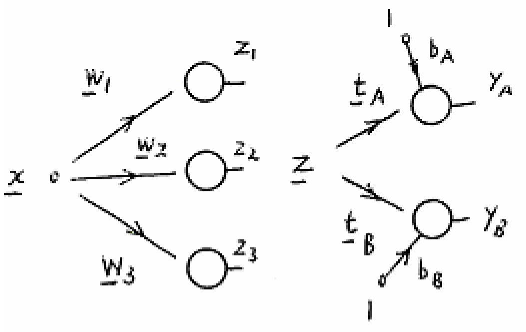
$$\tilde{y}_2 = tgh(u_2) \quad onde \quad u_2 = \underline{z}^t\, \underline{t}_2 + b_2$$




A função objetivo a ser minimizada no treinamento é o erro médio quadrático na saída. Estabeleça as fórmulas para um treinamento tipo gradiente descendente (backpropagation).

**4.2** – As duas classes abaixo devem ser separadas entre si e do restante do espaço de entrada pela rede RBF ao lado, da forma mais eficaz possível. Projete a rede.




Os neurônios da primeira camada são do tipo base radial:

$u_i = k_i \mid \mathbf{x} - \mathbf{w}_i \mid^2$

$z_i = e^{-ui}$

E os da segunda camada do tipo tgh:

$u_i = \mathbf{z}_i^t\, \mathbf{t}_i + bi$ $\quad\quad$ $y_i = \text{tgh}\ (\ u_i\ )$

**4.3** - Repita o exercício 4,2 considerando neurônios de “base elíptica”, isto é, com

$u_i = (\ \mathbf{x} - \mathbf{w}_i\ )^t\ \underline{\mathbf{K}}i\ (\ \mathbf{x} - \mathbf{w}_i\ )$

**4.4** - Uma rede MLP com uma única camada com neurônios do tipo

$$u = \sum_{i=0}^{n+1} w_i x_i \quad onde \quad x_0 = 1 \quad e \quad x_{n+1} = \sum_{i=1}^{n} w_{n+1} x_i^2$$

$$v = tgh(u)$$

opera como um classificador com separadores esféricos.

a - Discuta a localização dos separadores em função do valor das sinapses

b - Apresente as fórmulas para o treinamento backpropagation.

c - Sugira o que usar como valores iniciais.

**4.5** - Projete a rede de duas camadas para realizar o separador do exercício 4.2 em que os neurônios da primeira camada são do tipo definido no exercício 4.4 acima.