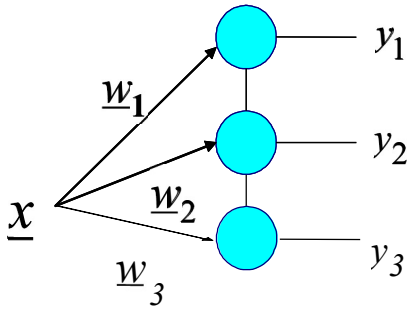
CPE 722 - 4ª série de exercícios – Kohonen

Entrega: 12/08/2020

Correção na aula de 13/08/2020

1 – Considere a camada de Kohonen abaixo com centros em

$$\underline{w}_1 = \begin{bmatrix} +1 \\ +1 \\ +1 \end{bmatrix} \qquad \underline{w}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \qquad \underline{w}_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ +1 \end{bmatrix}$$



1a – A rede está em treinamento **supervisionado** com passo $\alpha = 0{,}1$ quando é apresentada a entrada $\underline{\mathbf{x}} = [-1 \quad -1 \quad -.1]^t$ e é informado que esta entrada pertence à classe C_3. Quais os novos valores das sinapses após a atualização ?

1b – A rede está em treinamento **não supervisionado** com passo $\alpha = 0{,}1$ quando é apresentada a entrada $\underline{\mathbf{x}} = [-1 \quad -1 \quad -.1]^t$. Quais os novos valores das sinapses após a atualização ?

1c – Justifique a diferença.

2 – Em uma camada de Kohonen o padrão $\vec{w}^i$ da classe Ci deve ser tal que minimize o valor esperado da distância dos elementos pertencentes a Ci ao seu centro $\vec{w}^i$, e maximize o valor esperado da distância à $\vec{w}^i$ das entradas não pertencentes a Ci . Para tanto é proposto minimizar a função objetivo:

$$Fi = \gamma \underset{\forall \vec{x}^j \in Ci}{E} \left| \vec{x}^j - \vec{w}^i \right|^2 - (1-\gamma) \underset{\forall \vec{x}^j \notin Ci}{E} \left| \vec{x}^j - \vec{w}^i \right|^2, \quad 0 < \gamma < 1$$

2a - Calcule $\vec{w}^i$ minimante de F_i em função de

$$\vec{m}^k = \underset{\forall \vec{x}^j \in Ck}{E} \vec{x}^j, \quad k = 1,2,... \qquad \text{e} \qquad \vec{m} = \underset{\forall \vec{x}^j}{E} \vec{x}^j$$

2b – Estabeleça um processo de treinamento supervisionado por gradiente descendente para uma camada de Kohonen baseado no critério acima. Note que neste caso cada entrada treina todos os neurônios.

Obs: É possível trabalhar com cada componente dos vetores separadamente: use esta propriedade.

3 – Mostre que a dispersão média intra classe da classe C_i classificada por uma camada de Kohonen pode ser calculada por

$$\sigma_i^2 = -\frac{\sum_{\forall \vec{x}} y_i u_i}{\sum_{\forall \vec{x}} y_i}$$

onde y_i e u_i são referentes ao neurônio da classe $\mathbf{C_i}$. Note que os somatórios do segundo termo são sobre todos os elementos à classificar (e não apenas sobre os da classe C_i).

4 - Em uma camada de Kohonen o vetor sinapse do i-ésimo neurônio é $\underline{w}_i = [w_{i1}\ \ w_{i2}\ \ ...\ \ w_{in}]^t$. Após o treinamento verificou-se que as sinapses w_{i2} eram iguais para todos os neurônios. Estas sinapses w_{i2} foram então zeradas, e todas as demais mantidas com seus valores inalterados. Explique:

a - Isto modifica o funcionamento da rede como classificador (isto é, alguma entrada $\underline{x}$ pode vir a ser classificada diferentemente) ?

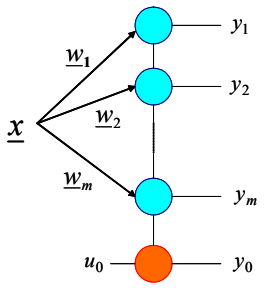
b - Se estava sendo usado um neurônio com excitação constante u_0 para delimitar o raio das classes, isto continua a valer ?

5 – Uma camada de Kohonen é treinada e são encontrados os três centros de classes abaixo

$\underline{\mathbf{w}}_1 = [0 \;\; 0]^t$

$\underline{\mathbf{w}}_2 = [3 \;\; 3]^t$

$\underline{\mathbf{w}}_3 = [3 \;\; 6]^t$



Cada uma das duas componentes dos vetores entrada apresenta ruído Gaussiano não correlato com valor eficaz unitário ($\sigma = 1$).

5.1 -Calcule o valor de u_0 para que o classificador detecte 95 % dos elementos de cada classe obedecendo o critério de similaridade mínima com o padrão (a menos de confusão entre classes). Esboce graficamente as classes e seus separadores. Defina graficamente o domínio de cada classe.

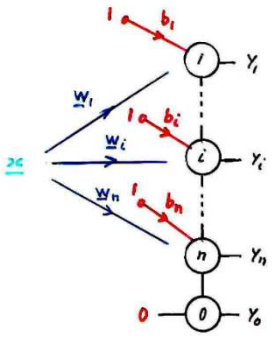
5.2 - Para esta rede, qual deve ser o valor de α para que os centros de classe seja sejam determinados com um erro RMS (desvio padrão) $\sigma = .05$ em cada dimensão ? Qual o número de pares por classe mínimo para o treinamento ?

6 – Uma camada de Kohonen é treinada e são encontrados os três centros de classes abaixo

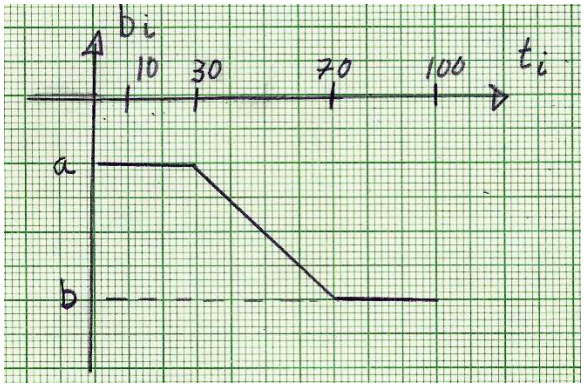
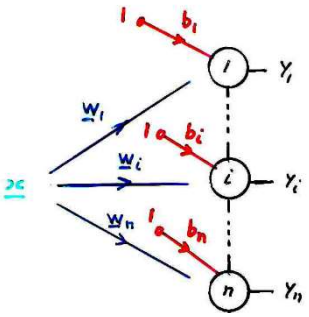
$\underline{\mathbf{w}}_1 = [0 \;\; 0]^t$

$\underline{\mathbf{w}}_2 = [3 \;\; 3]^t$

$\underline{\mathbf{w}}_3 = [3 \;\; 6]^t$



Verifica-se que o ruído é branco, mas seu valor RMS é diferente para cada classe. As duas componentes da classe 1 tem $\sigma = 0{,}5$, as duas da classe 2 tem $\sigma = 1$ e as duas da classe 3 tem $\sigma = 2$

Calcule o valor dos bias para que o classificador detecte 95 % dos elementos cada classe obedecendo o critério de similaridade mínima com o padrão (a menos de confusão entre classes). Esboçe graficamente as classes e seus separadores. Defina graficamente o domínio de cada classe.

7 – Considere a camada de Kohonen abaixo. A entrada x tem dimensão 6 e cada componente é afetada por um ruído branco com desvio padrão unitário e os ruídos não são correlatos entre si. Deseja-se estabelecer um procedimento de aprendizado com consciência linear por partes, tal que o neurônio aceite 95% dos elementos de sua classe se sua taxa de ativação t_i (percentual de vezes que foi ativado) for menor ou igual à 30% mas caia para 50% quando sua taxa de ativação for 70% ou mais. Indique os valores de a e b no gráfico abaixo, que indica a variação de b_i com t_i