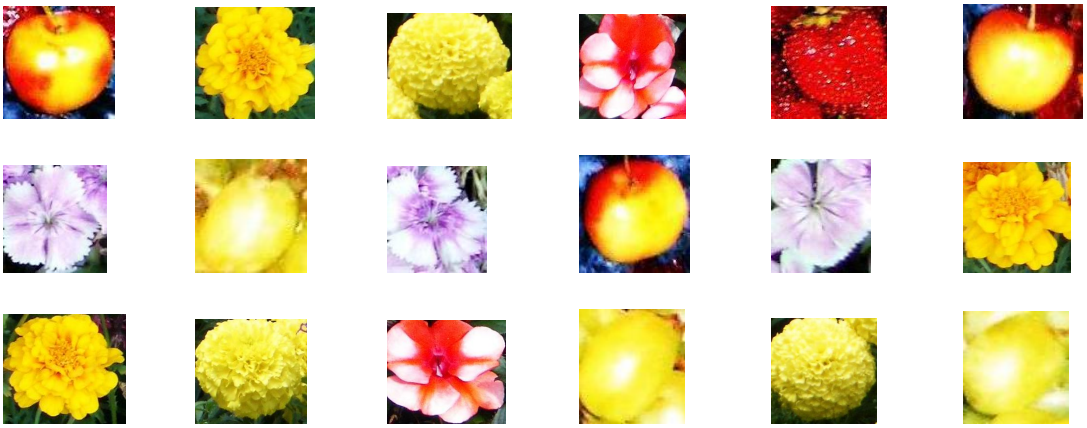
Classificação por Similaridade

Classes agrupam elementos "similares" **(mas não iguais)** entre si



Classificação por Similaridade –

Critérios de pertinência à uma classe

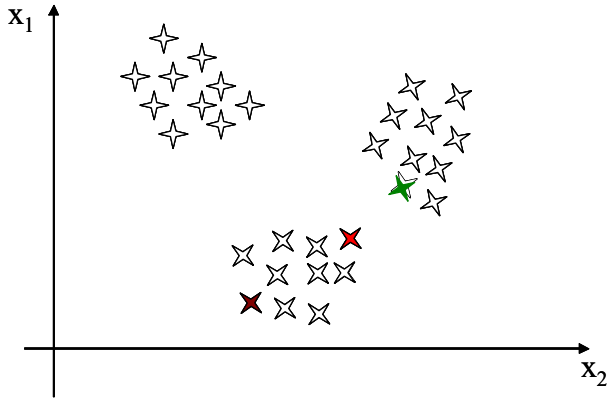
objetos físicos $\mathcal{O}_1$ $\mathcal{O}_2$ ⇒ objetos matemáticos $\underline{\mathbf{x}}_1$ $\underline{\mathbf{x}}_2$

similaridade física ⇒ similaridade matemática

$\mathcal{O}_1 \approx \mathcal{O}_2$ $\quad\quad$ $\underline{x}_1 \cong \underline{x}_2$ ou $\left|\underline{x}_1 - \underline{x}_2\right| <<$

Classificadores por similaridade

Critérios de Pertinência à uma Classe



Critério básico

Dois elementos pertencem à mesma classe se estão próximos entre si

Critério: k vizinhos mais próximos.

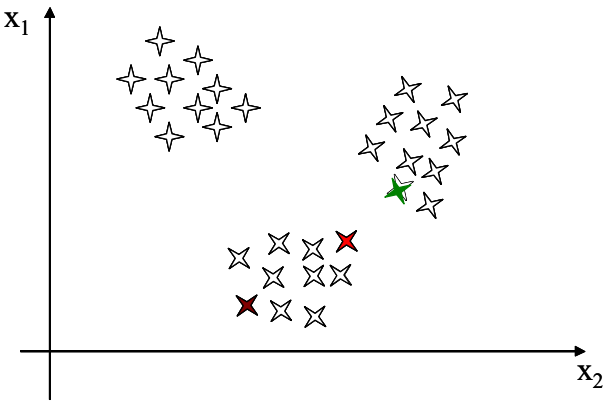
Considere os k elementos mais próximos da entrada que se pretende classificar. A entrada pertence à classe à qual pertencem a maioria dos k vizinhos.

Critério simplificado: vizinho mais próximo.

Se k=1 uma entrada pertence a uma classe se seu vizinho mais próximo é um elemento desta classe

pouco prático

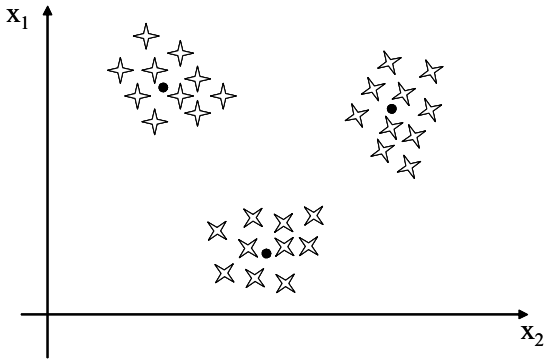
a descrição de uma classe exige a utilização de todos seus elementos (domínio da classe)



Critérios baseados no Padrão de classe

Padrão $\underline{w}_i$ da classe C_i

$$\underline{w}_i = \underset{\forall \underline{x}_j \in C_i}{E} \underline{x}_j = \frac{1}{N_i} \sum_{\forall \underline{x}_j \in C_i, j=1}^{N_i} \underline{x}_j$$

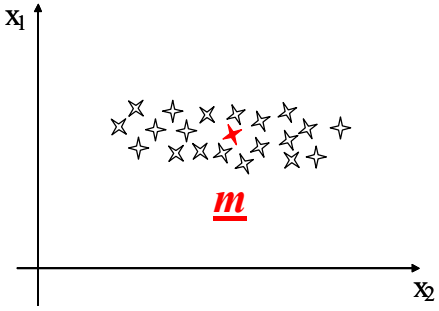


a **média** ou **baricentro** é escolhido como padrão da classe porque
minimiza a **dissimilaridade**
e o **erro de representação**
da classe pelo seu padrão

Dispersão média intra classe ou erro (médio quadrático) de representação da classe *Cj* para o seu padrão $\vec{p}_j$

$$\sigma_j^2 = \underset{\forall \vec{x} \in C_j}{E} \left| \vec{x}_i - \vec{m}_j \right|^2 = \frac{1}{n_j} \sum_{\forall \vec{x} \in C_j} \left| \vec{x}_i - \vec{m}_j \right|^2$$

por componente k $\sigma_{jk}^2 = \frac{1}{n_j} \sum_{\forall \vec{x} \in C_j} \left(x_{jk} - p_{jk} \right)^2$

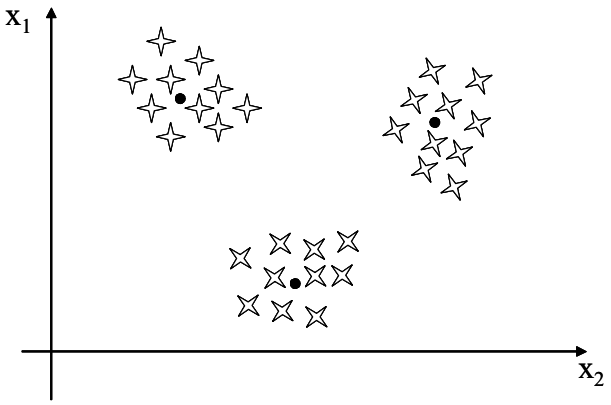


Como visto anteriormente $\frac{\partial \sigma_{jk}^2}{\partial p_{jk}} = 0 \quad \Rightarrow \quad p_{jk} = m_{jk} \quad \Rightarrow \quad \vec{p}_j = \vec{m}_j$

o padrão que minimiza a dispersão intra classe - e o erro de representação da classe pelo seu padrão - é o seu baricentro $\vec{m}_j$

1 - Critério de pertinência 1 : Maior Similaridade

Padrão mais similar à entrada

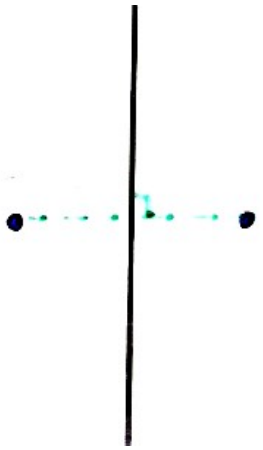


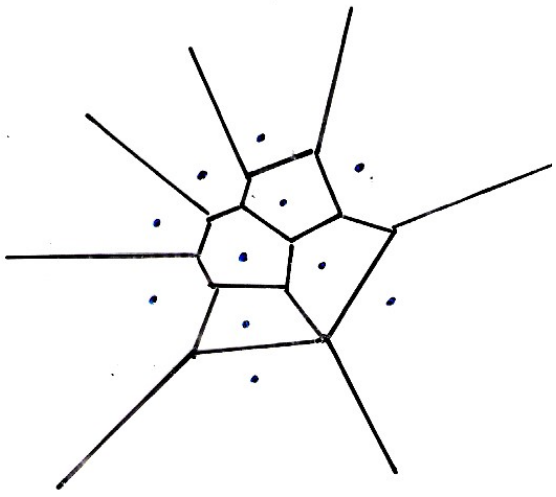
$$\underline{x}_i \in C_i \quad \text{sse} \quad \left|\underline{x}-\underline{w}_i\right|^2 < \left|\underline{x}-\underline{w}_j\right|^2 \quad \forall\, j \neq i \qquad \text{eq (1)}$$

porque minimiza a dispersão intra-classes total

Separadores para o critério 1

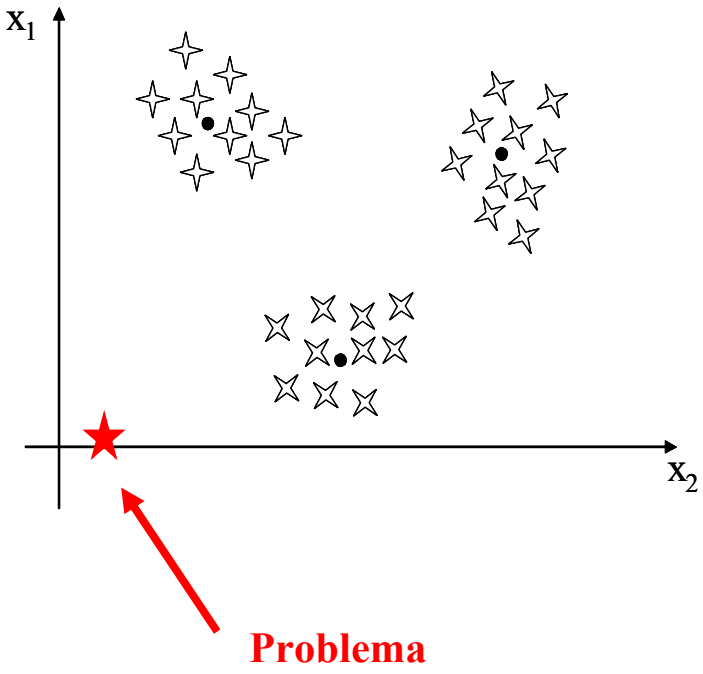
- hiperplanos





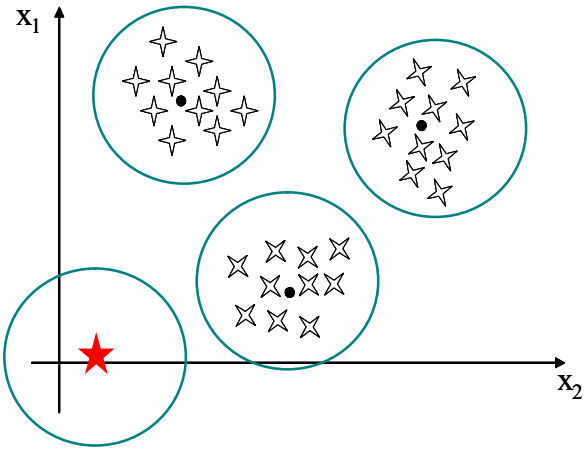
Tecelagem (diagrama) de Voronoi

Problema:



2 - Critério de pertinência 2: Similaridade Mínima

Padrão que satisfaz uma similaridade minima

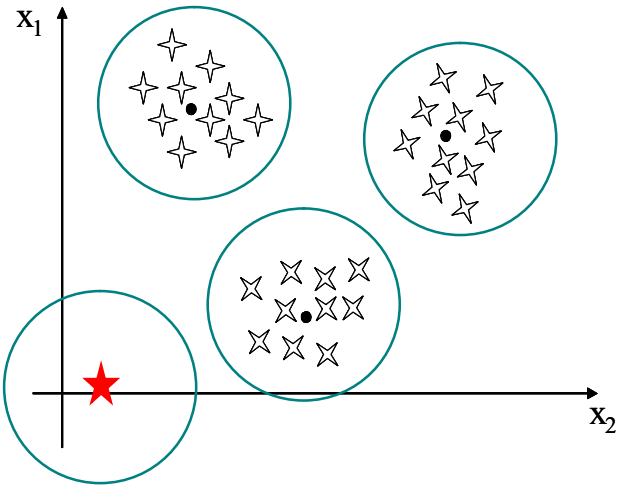


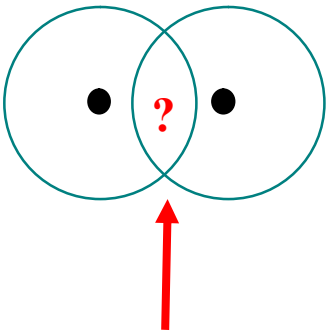
$\underline{x}_i \in C_i$ sse $\left|\underline{x} - \underline{w}_i\right|^2 < r_0^2$ eq (2)

r_0 – raio de similaridade

Separadores para o critério 2

- hiperesferas

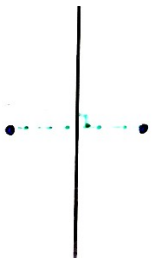


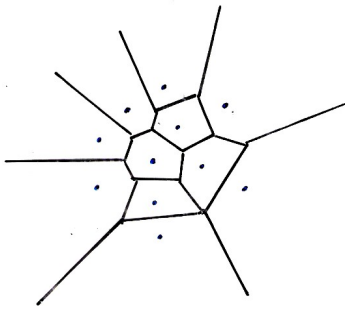


Problema

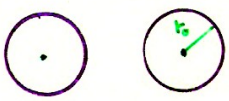
Separadores

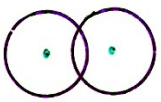
Critério 1 - padrão mais similar (mais próximo) a entrada Eq(1)

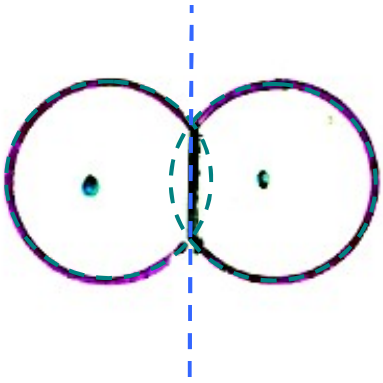
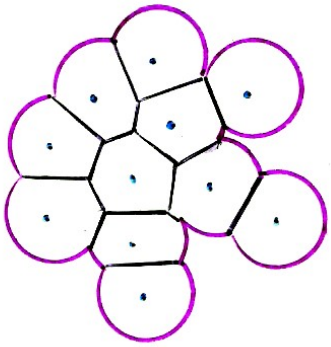




Critério 2 - mínima similaridade exigida Eq (2)





3 - Critérios 1 e 2, Eq(1) + Eq(2)

padrão mais similar & mínima similaridade atingida