

Redes Neurais na Modelagem de Sistemas Dinâmicos (e Séries Temporais)



Sistema SISO

Sistemas Estáticos (sem memória)

$$y(t) = f [x(t)]$$

Modelos estáticos

A resposta é estática, não varia com o tempo



a entrada e a saída são constantes no tempo

Exemplos

Destilação ASTM de querosene da U 2100 (REPAR)

Entradas	Saída
Temperatura de retirada	
Vazão de retirada	PIE (ponto inicial de ebulição) do querosene
Relação molar do resíduo	

Conversor siderúrgico

Entradas	Saídas
Peso gusa	Temperatura
Temperatura gusa	%carbono
Peso sucata	Houve projeção ?
Peso minério	
Peso calcita	
Tempo sopro	
Posição sopro	
Temperatura última corrida	
Tempo última corrida	

Sistemas Dinâmicos (com memória)

$$y(t) = f [x(t), \text{passado}]$$

Modelos dinâmicos

A resposta é dinâmica, pode variar com o tempo



a entrada e a saída podem variar no tempo

Dependência do passado

$$y(t) = f [x(t), \text{passado}]$$

o que é o passado ?

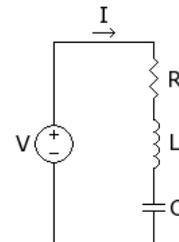
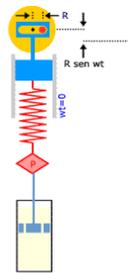
$$\text{Passado} = \begin{cases} x(t-1), x(t-2), \dots, x(t-M) \\ e(t) \\ y(t-1), y(t-2), \dots, y(t-N) \end{cases}$$

$$y(t) = f [x(t), x(t-1), x(t-2), \dots, x(t-M)]$$

$$y(t) = f [x(t), e(t)]$$

$$y(t) = f [x(t), y(t-1), y(t-2), \dots, y(t-N)]$$

Exemplos:



a posição no instante seguinte depende:

- da força aplicada neste instante
- do estado do sistema:
 - a energia potencial na mola
 - a energia cinética na massa

a corrente no instante seguinte depende:

- da tensão aplicada neste instante
- do estado do sistema neste instante:
 - a tensão no capacitor
 - a corrente no indutor

Séries Temporais

Modelos Não Recursivos

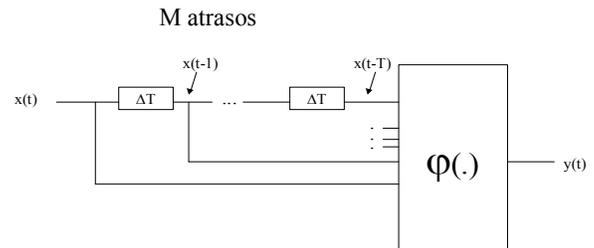
(a entrada em t não inclui saídas anteriores)

$$y(t) = f[x(t), x(t-1), \dots, x(t-M)]$$

Modelo MA (moving average - linear)

Filtro FIR (finite impulse response)

$$y(t) = \sum_{i=0}^M b_i x(t-i)$$



TDNN (time delay neural network)

Modelo NMA

$$y(t) = \varphi[x(t), x(t-1), \dots, x(t-M)]$$

Modelos Recursivos

(a entrada em t inclui saídas anteriores)

$$y(t) = \varphi[x(t), x(t-1), \dots, x(t-M), y(t-1), \dots, y(t-N)]$$

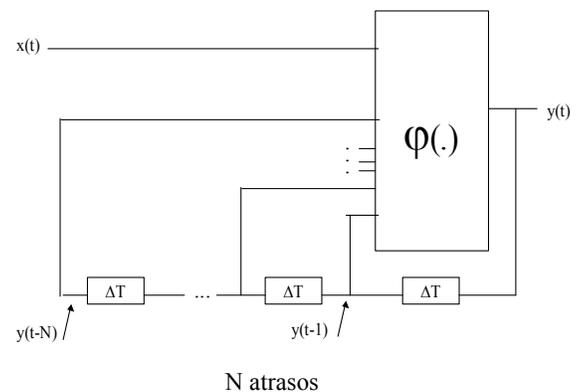
Modelo AR (auto regressive - linear)

Filtro IIR (infinite impulse response)

$$y(t) = b_0 x(t) + \sum_{i=1}^N a_i y(t-i)$$

Modelo NAR

$$y(t) = \varphi[x(t), y(t-1), \dots, y(t-N)]$$



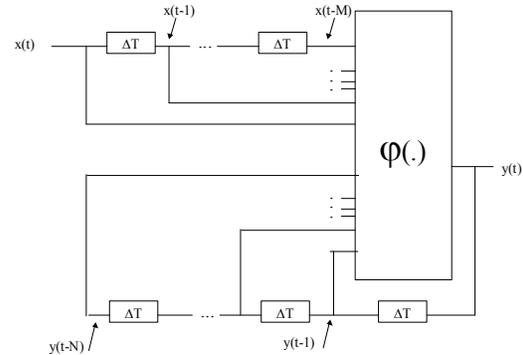
Modelos Recursivos

Modelo ARMA

(auto regressive moving average - linear)

Filtro IIR

$$\tilde{y}(t) = \sum_{i=0}^M b_i x(t-i) + \sum_{i=1}^N a_i \tilde{y}(t-i)$$



Modelo NARMA

$$y(t) = \varphi[x(t), x(t-1), \dots, x(t-M), y(t-1), \dots, y(t-N)]$$

Dimensão dos Modelos

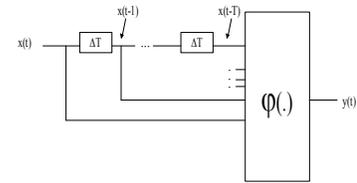
Planta:



linearizada nos pontos de operação

“singularidades”,
 “frequências naturais”,
 “constantes de tempo”

Dimensionando o MA (NMA)



Tempo mínimo de observação

$$T_{\min} = M \cdot \Delta T \geq 4 \text{Max}(\tau)$$

onde $\text{Max}(\tau)$ é a maior constante de tempo do sistema, em s

Período máximo de amostragem

$$\Delta T = \frac{1}{f_s} \leq \frac{1}{2 f_{\max}}$$

onde f_{\max} é a maior frequência operada pelo sistema

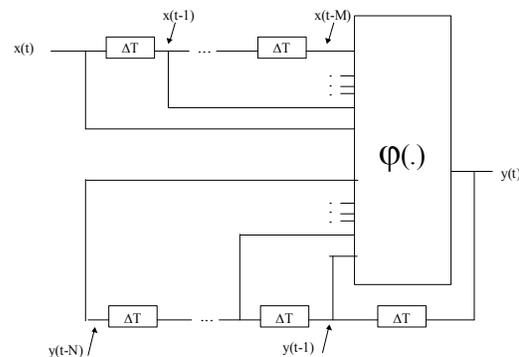
Número mínimo de atrasos necessários

$$M \geq \frac{T_{\min}}{\Delta T} = 8 f_{\max} \text{Max}(\tau_i)$$

Dimensionando o ARMA (NARMA)

N – ordem prevista (2,3)

$$M \leq N$$



NARMA muito menor que o MA mas pode instabilizar !

Exemplo de dimensionamento de um modelo:

Movimento vertical da suspensão de um carro

passando sobre uma irregularidade da pista



Irregularidade
 $x(t)$



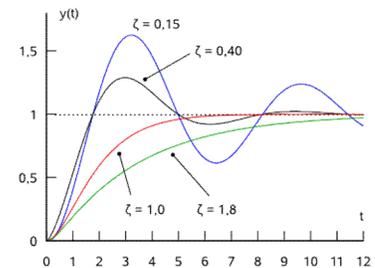
Modelo
(dinâmico)



Movimento vertical



Características do sistema amortecedor do carro



Constante de tempo do sistema amortecedor $\tau \approx 1s$

Tempo mínimo de observação $T_{\min} = M \cdot \Delta T \approx 4\tau \approx 4s$

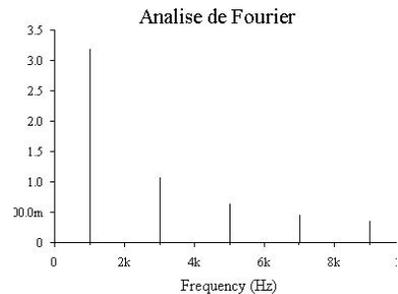
Irregularidade considerada: redutores de velocidade



Características da entrada

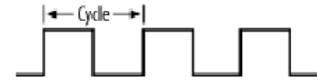


Ciclo: ~ 20 cm



Velocidade: $v = 40 \text{ km/h} \sim 11 \text{ m/s}$

Intervalo entre ressaltos : ~ 20 cm = 0,02 m

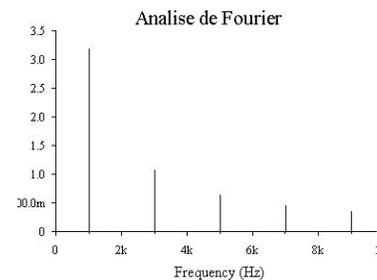


Período da componente fundamental: $\frac{0,02 \text{ m}}{11 \text{ m/s}} = 0,0018 \text{ s}$

Frequência fundamental: $f_0 = \frac{1}{0,0018 \text{ s}} = 555 \text{ Hz}$

Frequência máxima (4º harmônico)

$$f_{\max} \approx 4 f_0 = 2.200 \text{ Hz}$$



Frequência mínima de amostragem $f_s \geq 2 f_0 = 4.400 \text{ Hz}$

Dimensionando o sistema

Período máximo de amostragem $\Delta T \leq \frac{1}{f_s} = \frac{1}{4400 \text{ Hz}} = 0,23 \text{ ms}$

Modelo NAR

Número mínimo de atrasos necessários

$$M \geq 8 f_{\max} \text{Max}(\tau) = (8)(2.200)(1) = 17.600 \quad \text{!!!}$$

Modelo NARMA

Ordem estimada: 2 ou 3

N = 2, 3 M = 0 - 3

Aplicação do modelo em outras situações (outras irregularidades) ?



$v > 40 \text{ km/h}$ >>>

$\Delta T < 0,2 \text{ ms}$

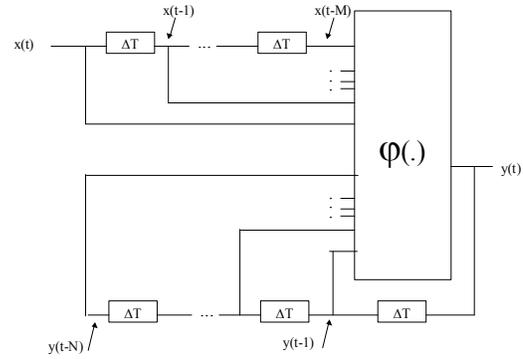


irregularidades diferentes,
espectro frequências diferente,
 $v < 40 \text{ km/h}$ >>>

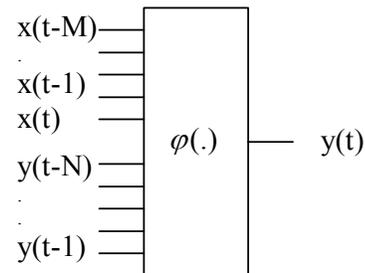
possível $\Delta T > 0,2 \text{ ms}$,
treinamento diferente

Como treinar a RN ?

Rede em Operação
(em modo paralelo)



Rede em Treinamento
Não é dinâmico, a rede
é treinada em separado !!

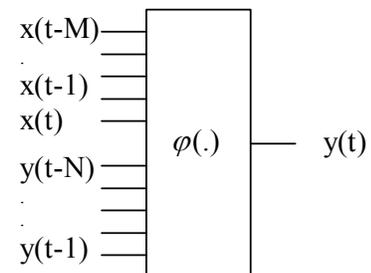


Treinamento da RN

Não é dinâmico, a rede é treinada em separado !!

Par entrada-saída $(\underline{e}(t), \underline{s}(t))$ correspondente ao instante t :

$$\underline{e}(t) = \begin{bmatrix} x(t-1) \\ x(t-2) \\ \dots \\ x(t-M) \\ y(t-N) \\ y(t-N+1) \\ \dots \\ y(t-1) \end{bmatrix} \quad \underline{s}(t) = [y(t)]$$

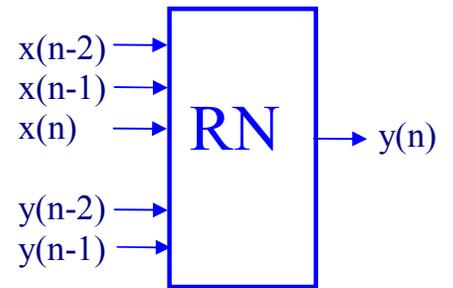
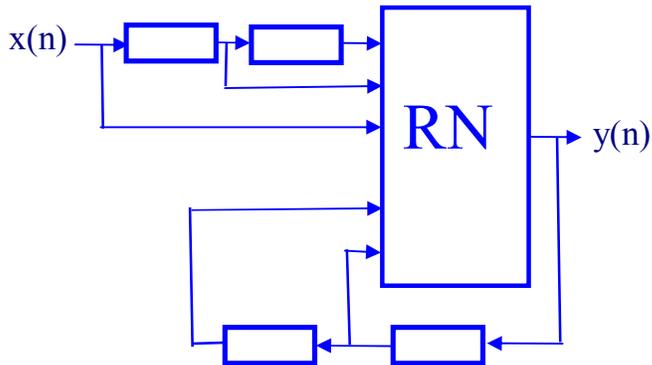


Exemplo:



M=3

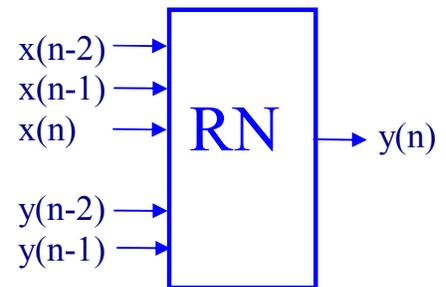
N=2



Construção dos pares entrada-saída para o treinamento:

t, n	x(n)	y(n)
...
52	x(52)	y(52)
53	x(53)	y(53)
54	x(54)	y(54)
55	x(55)	y(55)
56	x(56)	y(56)
57	x(57)	y(57)
...

t = n = 56



$$e(56) = \begin{bmatrix} x(54) \\ x(55) \\ x(56) \\ y(54) \\ y(55) \end{bmatrix}$$

$$s(56) = y(56)$$

Cuidados usuais a tomar com RNs

- 1 - Escolha das Variáveis de entrada
- 2 – Escalamento das Variáveis
- 3 - Pares entrada – saída
- 4 - Dimensionando a rede
- 5 – Inicializando a Rede
- 6 – Treinamento: Superfícies de Erro
- 7 – Overtraining (overfitting, sobre-treinamento)
- 8 – Critica durante o treinamento
- 9 - Validação Cruzada
- 10 – Critica pos treinamento
- 11 - Outros tipos de erro
- 12 – Outros Processos de Treinamento

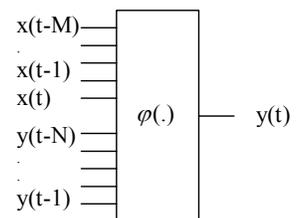
Cuidados adicionais a tomar no caso de sistemas dinâmicos

- 1 - Escolha das Variáveis de entrada da rede neural

Quantas (quais) entradas / saídas atrasadas tomar ?

Entradas – existem atrasos puros ?

Saídas realimentadas - **ordem do sistema**



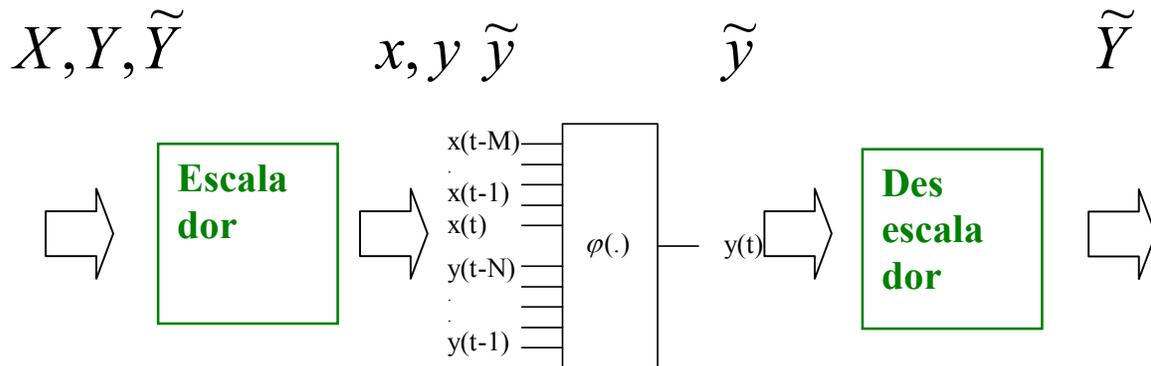
poucas: não representa
demasia: pode instabilizar

Tentativa e erro – ordem do sistema

Possível solução : **Poda de saídas realimentadas**
 na construção da RN automática / manual

2 – Escalamento das Variáveis

Rede **em operação** trabalha imersa em um escalador / desescalador



O escalador e o desescalador podem ser embutidos na primeira e última camada da rede treinada.

3 - Pares entrada – saída:

Mapeamento unívoco

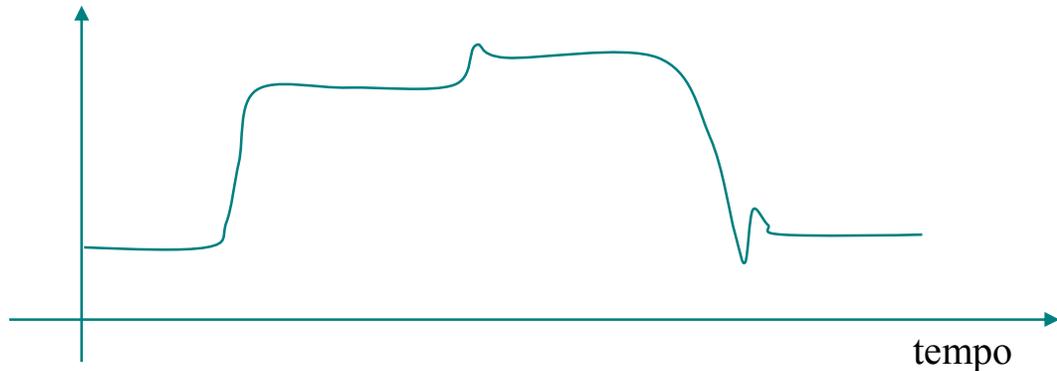
$$x_1 \gg y_1 \quad \text{e} \quad x_2 \gg y_2$$

$$\text{se } x_2 = x_1 \quad \text{então } y_2 = y_1$$

o modelo (inverso) é unívoco ?

Efeito de população local reduzida:

transição vs regime permanente



Efeito ? alto erro na região de baixa população

Correção ? replicar população

4 – Obtenção dos dados da planta

Pontos de operação para a modelagem:

Grande excursões (amplitudes) - explorar as não linearidades

Grande faixa de frequências – explorar todas as singularidades

entrada Ideal: ruído branco de grande amplitude

Pontos de operação reais:

Grandes excursões – busca do rendimento máximo

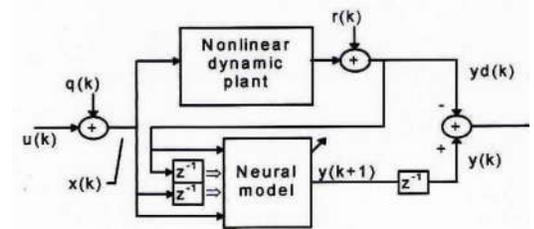
Operação suave – baixas frequências

E a caracterização das altas frequências ?

Aplicar um sinal piloto na entrada:

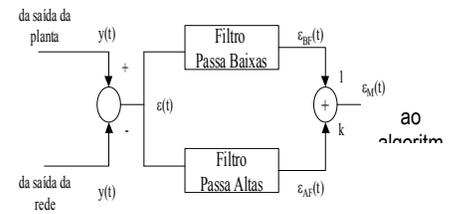
Altas frequências, baixa amplitude

$q(t)$ = onda quadrada de período aleatório

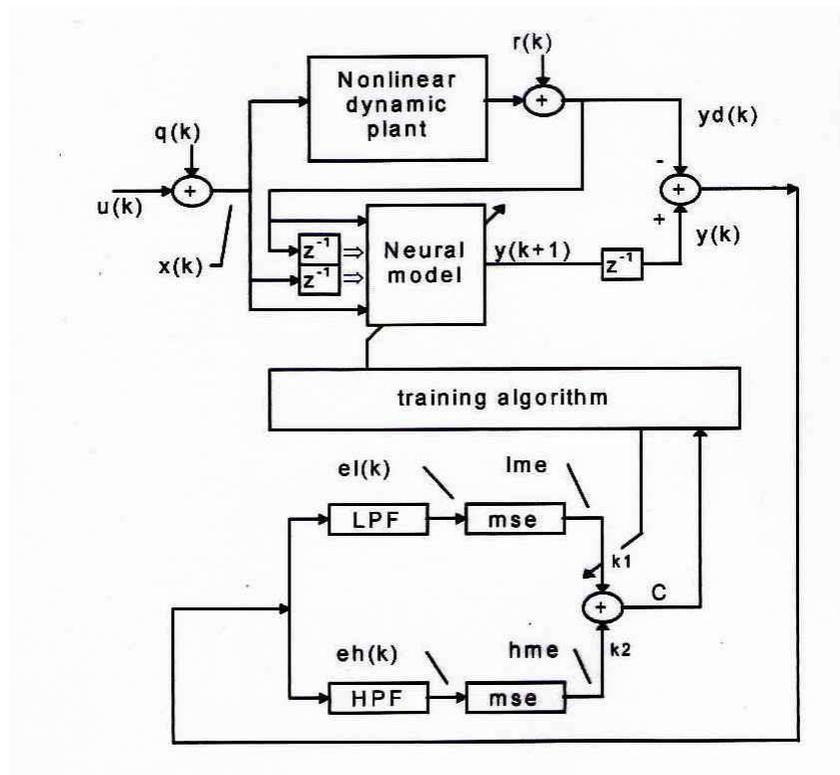


Enfatizar o erro em altas frequências na saída:

$$\epsilon_M(t) = \epsilon_{LF}(t) + k \epsilon_{HF}(t)$$



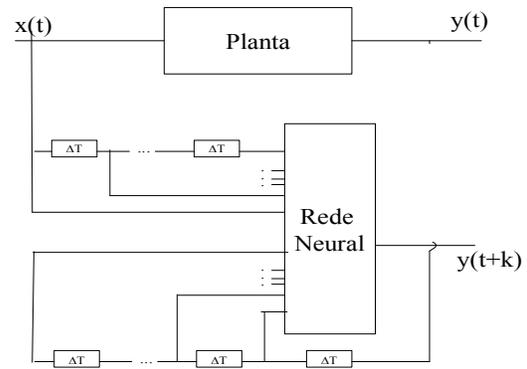
Treinamento:



Operação da Rede

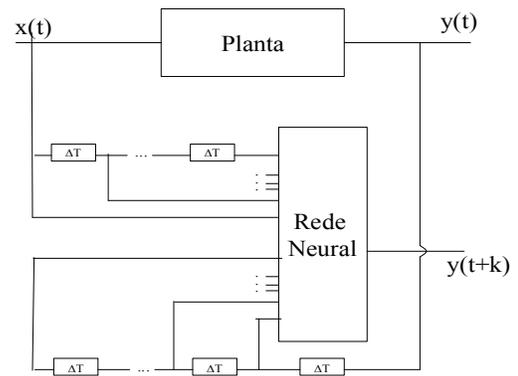
Operação em Paralelo

Independe da planta,
possível instabilidade

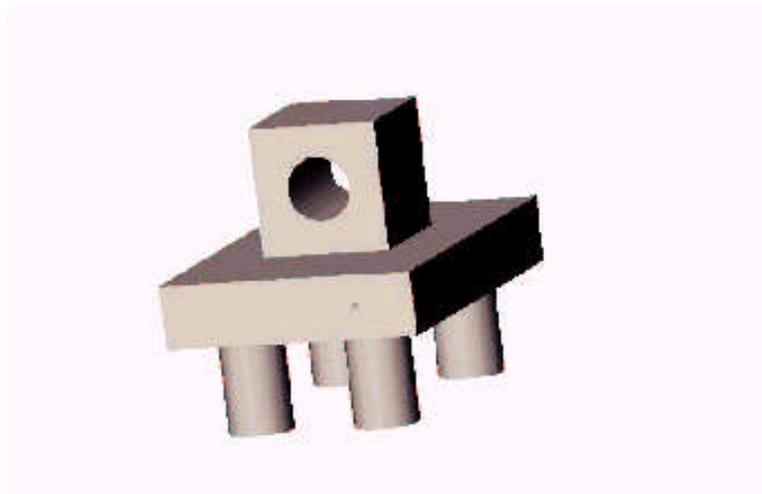


Operação em Série – Paralelo

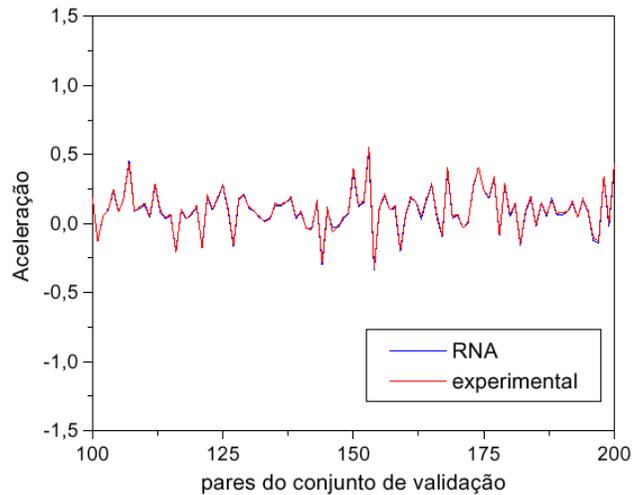
Depende da planta,
estabilidade garantida
para que serve ? **Preditores** $y(t+k)$



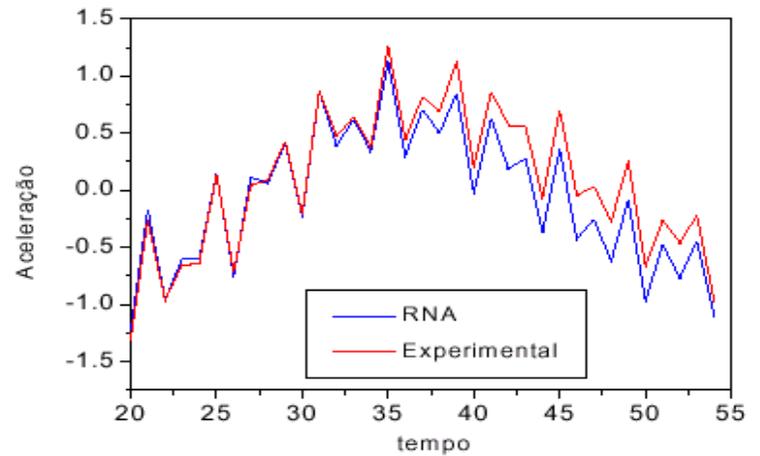
Exemplo 1:



Operação em serie - paralelo



Operação em paralelo



Exemplo 2:

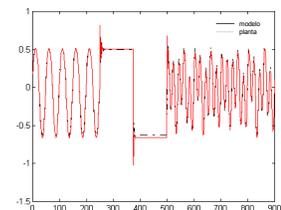
$$y(t) = \frac{y(t-1) y(t-2) y(t-3) x(t-2) [y(t-3) - 1] + x(t-1)}{1 + y(t-3)^2 + y(t-2)^3}$$

Entrada para treinamento e teste

$$x(t) = \text{sen}(.1t) + .02 \text{ sq_rnd}(t)$$

Entrada para validação

$$x(k) = \begin{cases} \text{sen}(\pi k / 25) & , k < 250 \\ +1 & , 250 \leq k < 375 \\ -1 & , 375 \leq k < 500 \\ 0,3\text{sen}(\pi k / 25) + 0,1\text{sen}(\pi k / 32) + 0,6\text{sen}(\pi k / 10) & , 500 \leq k < 900 \end{cases}$$

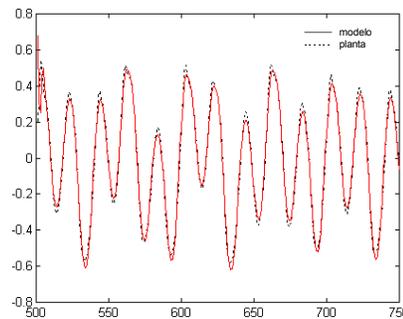
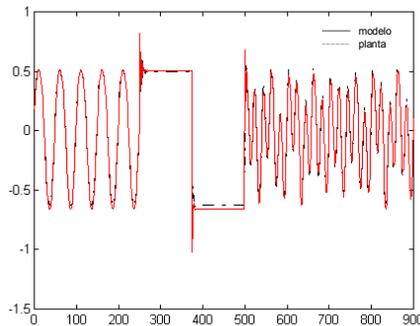


Rede Neural: 7 neurônios na camada intermediária

Ordem do modelo (poda):

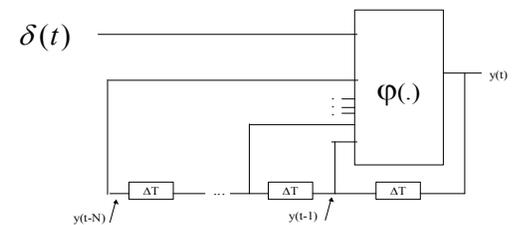
	Inicial	Final	Correta
N	5	3	3
M	4	2	2

Resultados



Uso em Series Temporais (modelo AR)

$S(t) =$ Tendência +
 Sazonalidade +
 Ciclos senoidais +
 Outros artefatos determinísticos +
 Componentes não lineares +
 Ruído não correlato

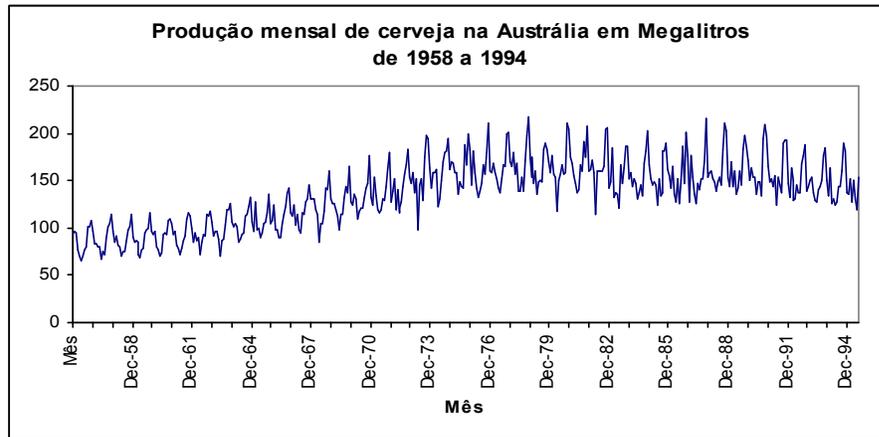


Redes Neurais
predizem este
termo !

Trabalhar sobre a serie residual !

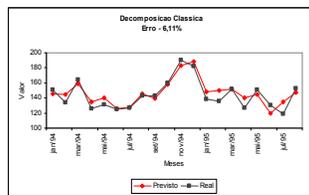
Series Temporais

Exemplo:

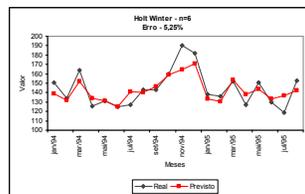


Resultados (período de teste):

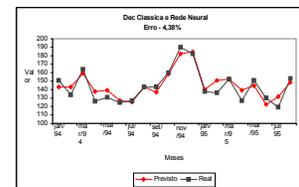
Convencional



Holt-Winters



RNs



	Decomp.	Holt Winter	RN
1º Ano	4.71%	4.81%	3.68%
20 Meses	6.11%	5.25%	4.35%